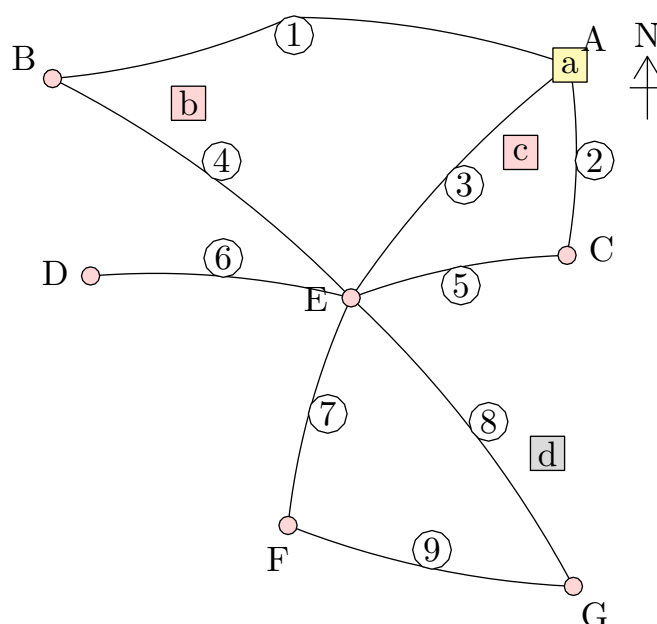




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Moulin	⑥ impasse du Puits	Ⓐ Carrefour des Tilleuls	a la poste
② allée des Peupliers	⑦ boulevard du Parc	Ⓑ Place des Tanneurs	b la pharmacie
③ rue des Écoles	⑧ rue de l'Église	Ⓒ Fontaine Notre-Dame	c le marché couvert
④ venelle du Chat	⑨ rue Basse	Ⓓ Place de la Fontaine	d l'église
⑤ rue Neuve		Ⓔ Rond-point du Pont	
		Ⓕ Place du Marché	
		Ⓖ Place Sainte-Croix	

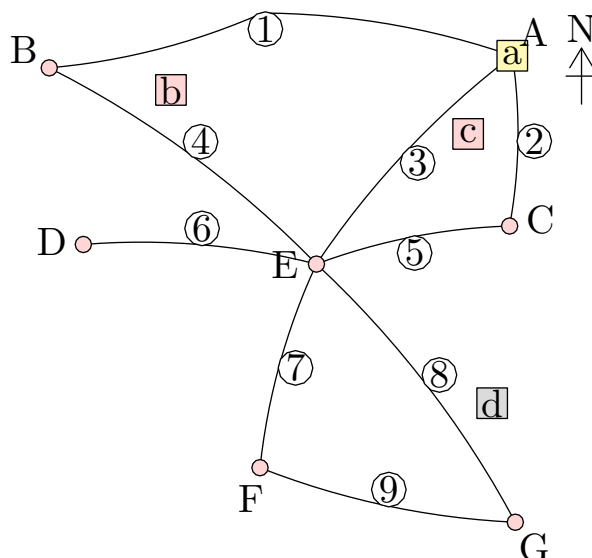
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

- Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
- Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
- Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
- Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G
Nombre de rues	3	2	2	1	6	2	2
Parité	impair	pair	pair	impair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $18 = 2 \times 9$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, D — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **A**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, A et D, et la poste est justement sur l'un des deux (A). Il part donc de la poste et termine en D, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°362



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour des Tilleuls **(A)**, prend la **rue du Moulin** ① vers l'ouest et atteint Place des Tanneurs **(B)**.
2. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ④, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Pont **(E)**.
3. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ③, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls **(A)**.
4. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ②, vers le sud, jusqu'à Fontaine Notre-Dame **(C)**.
5. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont **(E)**.
6. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑦, vers le sud, jusqu'à Place du Marché **(F)**.
7. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑨, vers l'est, jusqu'à Place Sainte-Croix **(G)**.
8. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ⑧, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont **(E)**.
9. Il continue tout droit dans l'**impasse du Puits** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Place de la Fontaine **(D)**.

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en A ou en D : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.