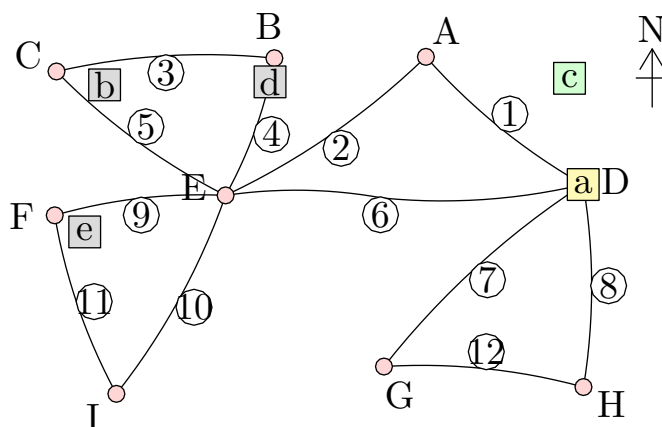




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Puits	⑦ rue des Écoles	(A) Placette des Ormes	a la poste
② allée des Tilleuls	⑧ passage du Marché	(B) Place de l'Église	b le stade
③ chemin Creux	⑨ rue Basse	(C) Place Sainte-Croix	c la gendarmerie
④ sentier des Prés	⑩ allée des Peupliers	(D) Carrefour du Lavoir	d le gymnase
⑤ rue du Stade	⑪ rue de l'Église	(E) Carrefour de l'Hôpital	e l'église
⑥ venelle du Chat	⑫ chemin des Vignes	(F) Place aux Herbes	
		(G) Place du Marché	
		(H) Fontaine Notre-Dame	
		(I) Place du Vieux-Puits	

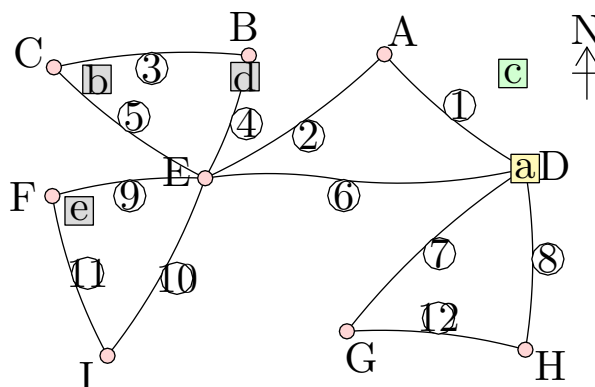
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	2	2	2	4	6	2	2	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $24 = 2 \times 12$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **D**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°365



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour du Lavoir (**D**), prend la **rue du Puits** ① vers le nord-ouest et atteint Placette des Ormes (**A**).
2. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ②, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**E**).
3. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ④, vers le nord, jusqu'à Place de l'Église (**B**).
4. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ③, vers l'ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix (**C**).
5. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑤, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**E**).
6. Il prend dans la **rue Basse** ⑨, vers l'ouest, jusqu'à Place aux Herbes (**F**).
7. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ⑪, vers le sud, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**I**).
8. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑩, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**E**).
9. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑥, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**D**).
10. Il prend dans la **rue des Écoles** ⑦, vers le sud-ouest, jusqu'à Place du Marché (**G**).
11. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ⑫, vers l'est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**H**).
12. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ⑧, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**D**).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.