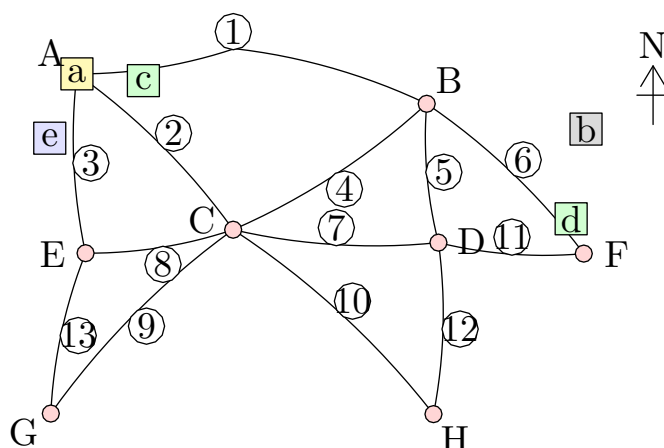




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue de la Mairie	⑧ chemin du Lavoir	Ⓐ Rond-point de la Gare	a la poste
② rue des Écoles	⑨ sentier des Prés	Ⓑ Carrefour de la Mairie	b le cimetière
③ rue des Jardins	⑩ rue Neuve	Ⓒ Carrefour des Quatre-Chemins	c la mairie
④ rue Pasteur	⑪ passage du Marché	Ⓓ Rond-point de la Poste	d la gendarmerie
⑤ rue du Four	⑫ boulevard du Parc	Ⓔ Carrefour de l'Hôpital	e l'école
⑥ rue Haute	⑬ chemin des Vignes	Ⓕ Place Sainte-Croix	
⑦ rue du Stade		Ⓖ Place de la Fontaine	
		Ⓗ Place des Tanneurs	

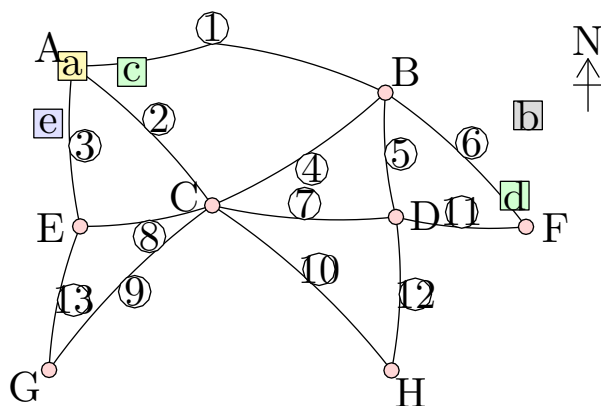
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H
Nombre de rues	3	4	6	4	3	2	2	2
Parité	impair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $26 = 2 \times 13$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, E — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **A**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, A et E, et la poste est justement sur l'un des deux (A). Il part donc de la poste et termine en E, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°366



Voici une tournée possible :

1. Il part de Rond-point de la Gare (A), prend la **rue de la Mairie** ① vers l'est et atteint Carrefour de la Mairie (B).
2. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ④, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (C).
3. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ②, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (A).
4. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ③, vers le sud, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (E).
5. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ⑧, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (C).
6. Il continue tout droit dans la **rue du Stade** ⑦, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Poste (D).
7. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ⑤, vers le nord, jusqu'à Carrefour de la Mairie (B).
8. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑥, vers le sud-est, jusqu'à Place Sainte-Croix (F).
9. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ⑪, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (D).
10. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑫, vers le sud, jusqu'à Place des Tanneurs (H).
11. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑩, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (C).
12. Il tourne à gauche dans le **sentier des Prés** ⑨, vers le sud-ouest, jusqu'à Place de la Fontaine (G).
13. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑬, vers le nord, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (E).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en A ou en E : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.