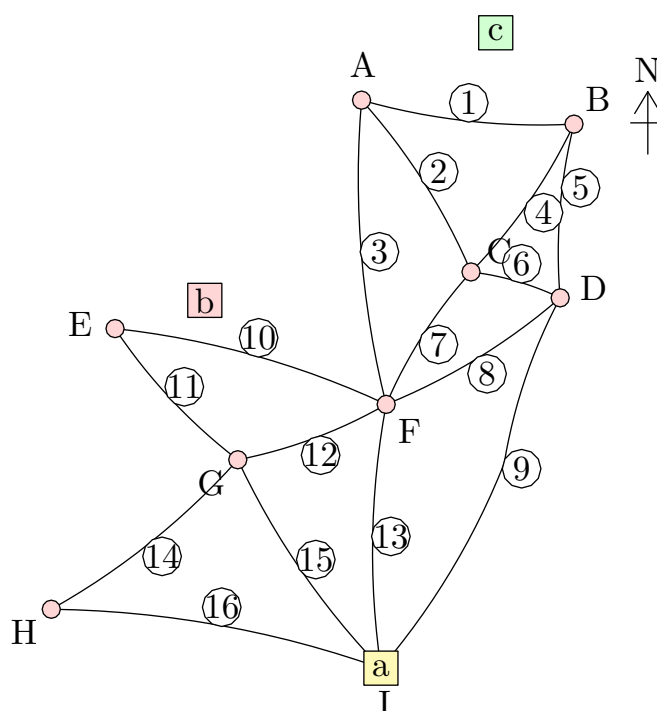




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Pont	⑨ rue des Lilas	Ⓐ Carrefour des Quatre-Chemins	a la poste
② avenue de la Gare	⑩ chemin des Vignes	Ⓑ Carrefour de la Mairie	b le lavoir
③ rue du Moulin	⑪ rue Neuve	Ⓒ Carrefour des Tilleuls	c la salle des fêtes
④ rue Basse	⑫ rue des Jardins	Ⓓ Carrefour Saint-Roch	
⑤ rue des Écoles	⑬ passage du Marché	Ⓔ Place de la Fontaine	
⑥ rue de la Mairie	⑭ sentier des Prés	Ⓕ Carrefour du Moulin	
⑦ allée des Peupliers	⑮ venelle du Chat	Ⓖ Rond-point de la Poste	
⑧ allée des Tilleuls	⑯ rue de la Poste	Ⓗ Place aux Herbes	
		Ⓘ Rond-point du Pont	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

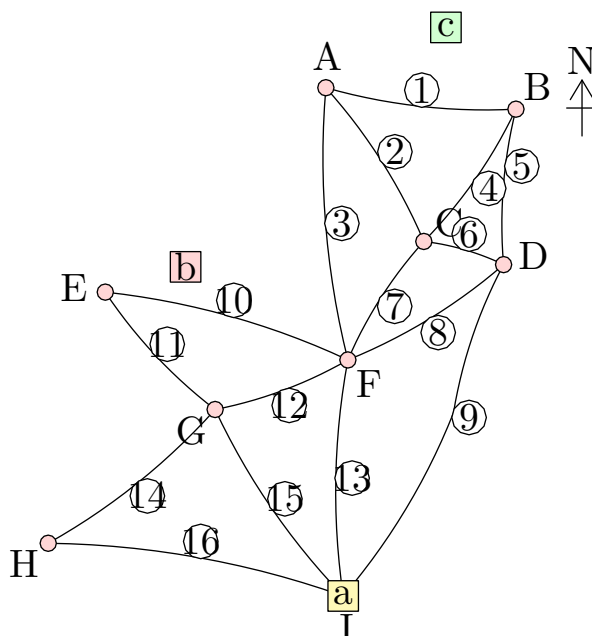
Problème — Fiche n°37



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	3	3	4	4	2	6	4	2	4
Parité	impair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $32 = 2 \times 16$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, B — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **I**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, A et B : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **I**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de A à B. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°37



Ce parcours, en partant de A :

1. Il part de Carrefour des Quatre-Chemins (A), prend la **rue du Pont** ① vers l'est et atteint Carrefour de la Mairie (B).
2. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ④, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (C).
3. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ②, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (A).
4. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ③, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin (F).
5. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑦, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (C).
6. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ⑥, vers l'est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (D).
7. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑧, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (F).
8. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Place de la Fontaine (E).
9. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ⑪, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (G).
10. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑫, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Moulin (F).
11. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ⑬, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Pont (I).
12. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑮, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (G).
13. Il tourne à gauche dans le **sentier des Prés** ⑭, vers le sud-ouest, jusqu'à Place aux Herbes (H).
14. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ⑯, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Pont (I).
15. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (D).
16. Il continue tout droit dans la **rue des Écoles** ⑤, vers le nord, jusqu'à Carrefour de la Mairie (B).