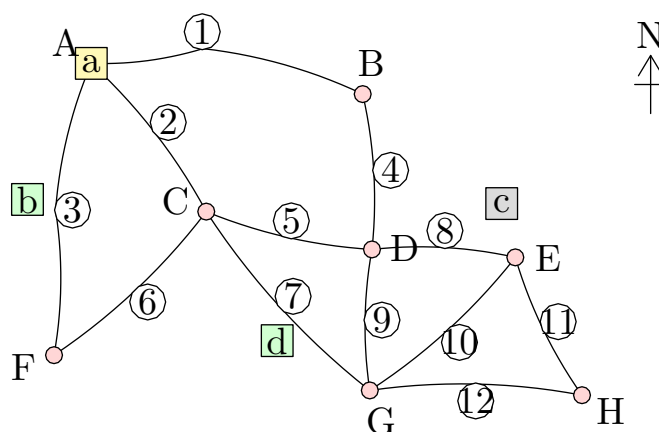




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① sentier des Prés	⑦ rue Haute	Ⓐ Carrefour des Quatre-Chemins	a la poste
② rue du Pont	⑧ chemin de Ronde	Ⓑ Place du Vieux-Puits	b la gendarmerie
③ rue des Écoles	⑨ boulevard du Parc	Ⓒ Rond-point des Vaches	c le cimetière
④ rue de l'Église	⑩ rue du Four	Ⓓ Carrefour de la Mairie	d la mairie
⑤ avenue de la Gare	⑪ chemin des Vignes	Ⓔ Carrefour de l'Hôpital	
⑥ rue du Stade	⑫ chemin du Lavoir	Ⓕ Place de l'Église	
		Ⓖ Rond-point de la Poste	
		Ⓗ Place Sainte-Croix	

Légende du plan

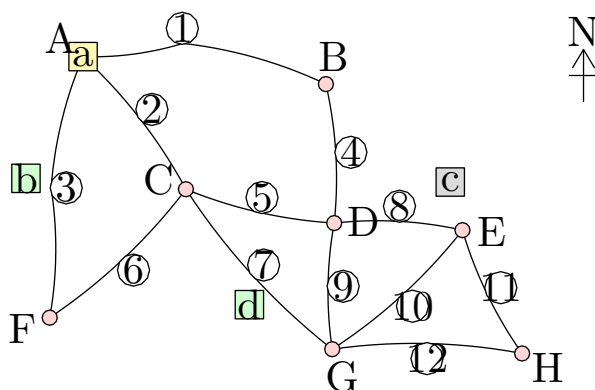
Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H
Nombre de rues	3	2	4	4	3	2	4	2
Parité	impair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $24 = 2 \times 12$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, E — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en A, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, A et E, et la poste est justement sur l'un des deux (A). Il part donc de la poste et termine en E, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°371



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour des Quatre-Chemins (**A**), prend le **sentier des Prés** ① vers l'est et atteint Place du Vieux-Puits (**B**).
2. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ④, vers le sud, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**D**).
3. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (**C**).
4. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ②, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**A**).
5. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ③, vers le sud, jusqu'à Place de l'Église (**F**).
6. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑥, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**C**).
7. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑦, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (**G**).
8. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑨, vers le nord, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**D**).
9. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑧, vers l'est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**E**).
10. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑩, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (**G**).
11. Il prend dans le **chemin du Lavoir** ⑫, vers l'est, jusqu'à Place Sainte-Croix (**H**).
12. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ⑪, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**E**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en A ou en E : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.