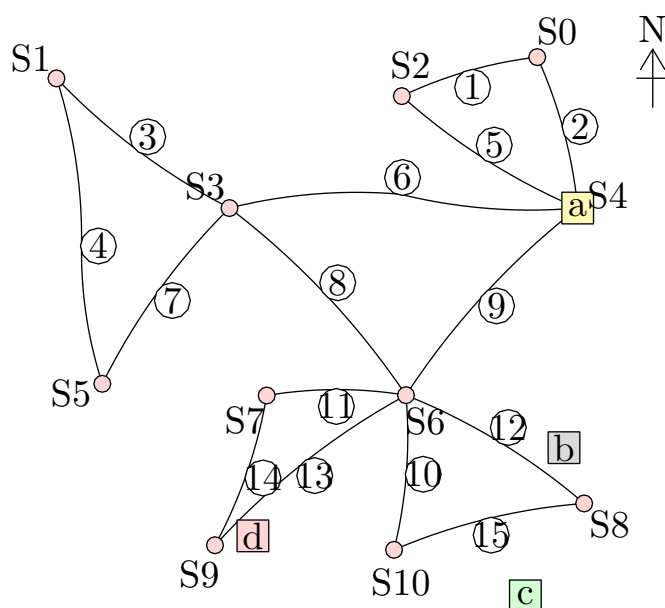


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① allée des Tilleuls	⑨ avenue de la Gare	S0 Place aux Herbes	a la poste
② rue du Puits	⑩ rue du Moulin	S1 Coin du Lavoir	b le cimetière
③ allée des Peupliers	⑪ boulevard du Parc	S2 Place du Marché	c la gendarmerie
④ venelle du Chat	⑫ rue du Stade	S3 Rond-point du Pont	d la pharmacie
⑤ rue des Jardins	⑬ rue Verte	S4 Rond-point de la Poste	
⑥ rue des Lilas	⑭ rue Pasteur	S5 Place des Tanneurs	
⑦ chemin Creux	⑮ rue de la Poste	S6 Rond-point du Stade	
⑧ rue des Écoles		S7 Fontaine Notre-Dame	
		S8 Place de l'Église	
		S9 Place Sainte-Croix	
		S10 Place de la Fontaine	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°375

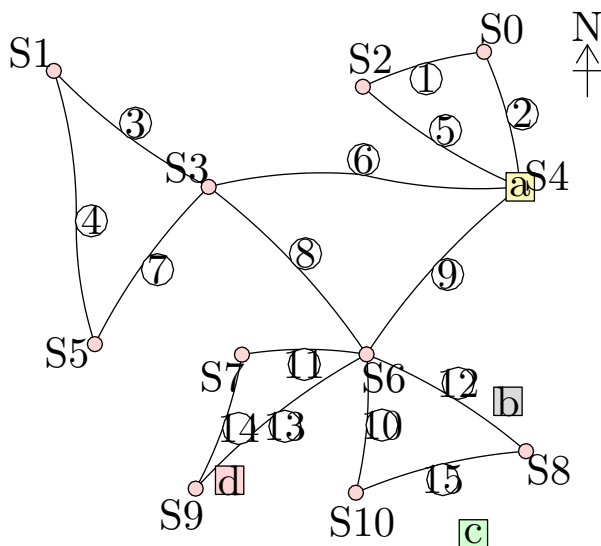


-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Nombre de rues	2	2	2	4	4	2	6	2	2	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $30 = 2 \times 15$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S4**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°375



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point de la Poste (**S4**), prend la **rue du Puits** ② vers le nord et atteint Place aux Herbes (**S0**).
2. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place du Marché (**S2**).
3. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑤, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (**S4**).
4. Il prend dans la **rue des Lilas** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (**S3**).
5. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ③, vers le nord-ouest, jusqu'à Coin du Lavoir (**S1**).
6. Il prend dans la **venelle du Chat** ④, vers le sud, jusqu'à Place des Tanneurs (**S5**).
7. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑦, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Pont (**S3**).
8. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ⑧, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**S6**).
9. Il continue tout droit dans la **rue du Moulin** ⑩, vers le sud, jusqu'à Place de la Fontaine (**S10**).
10. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ⑮, vers l'est, jusqu'à Place de l'Église (**S8**).
11. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑫, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**S6**).
12. Il continue tout droit dans le **boulevard du Parc** ⑪, vers l'ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**S7**).
13. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ⑭, vers le sud, jusqu'à Place Sainte-Croix (**S9**).
14. Il prend dans la **rue Verte** ⑬, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**S6**).
15. Il continue tout droit dans l'**avenue de la Gare** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (**S4**).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.