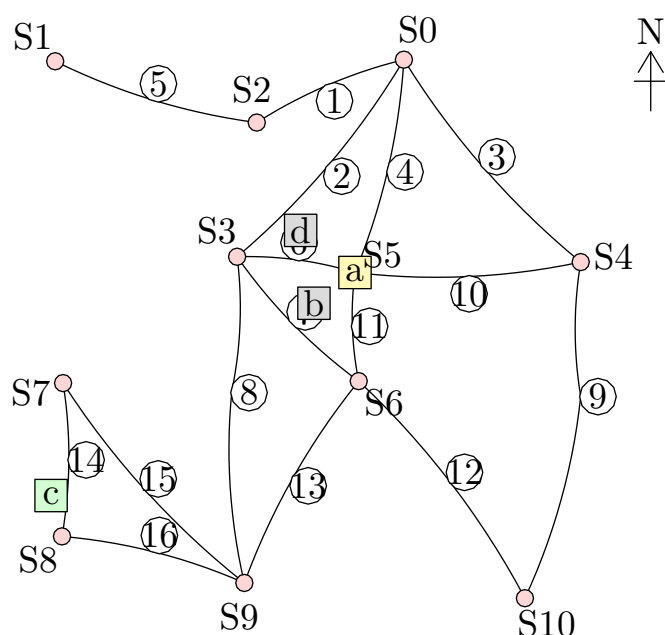


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Pasteur	⑨ chemin de Ronde	S0 Carrefour du Lavoir	a la poste
② rue des Écoles	⑩ rue de la Poste	S1 Place de la Fontaine	b le gymnase
③ rue du Stade	⑪ rue des Jardins	S2 Coin du Lavoir	c la salle des fêtes
④ rue Verte	⑫ chemin du Lavoir	S3 Carrefour des Quatre-Chemins	d l'église
⑤ impasse des Cerisiers	⑬ avenue de la Gare	S4 Rond-point du Pont	
⑥ allée des Peupliers	⑭ rue du Moulin	S5 Rond-point des Vaches	
⑦ sentier des Prés	⑮ rue du Four	S6 Carrefour de l'Hôpital	
⑧ rue de l'Église	⑯ boulevard du Parc	S7 Place du Marché	
		S8 Place du Vieux-Puits	
		S9 Rond-point du Stade	
		S10 Place de l'Église	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

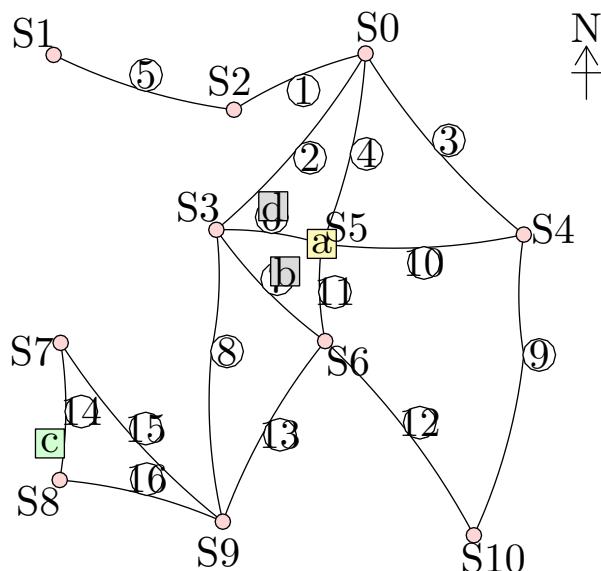
Problème — Fiche n°376



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Nombre de rues	4	1	2	4	3	4	4	2	2	4	2
Parité	pair	impair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $32 = 2 \times 16$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S1, S4 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S5**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, S1 et S4 : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **S5**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de S1 à S4. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°376



Ce parcours, en partant de S1 :

1. Il part de Place de la Fontaine (**S1**), prend l'**impasse des Cerisiers** ⑤ vers l'est et atteint Coin du Lavoir (**S2**).
2. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ①, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**S0**).
3. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ②, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S3**).
4. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑥, vers l'est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S5**).
5. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ④, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**S0**).
6. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ③, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Pont (**S4**).
7. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑨, vers le sud, jusqu'à Place de l'Église (**S10**).
8. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑫, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**S6**).
9. Il continue tout droit dans le **sentier des Prés** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S3**).
10. Il prend dans la **rue de l'Église** ⑧, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Stade (**S9**).
11. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑮, vers le nord-ouest, jusqu'à Place du Marché (**S7**).
12. Il prend dans la **rue du Moulin** ⑭, vers le sud, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**S8**).
13. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑯, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Stade (**S9**).
14. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑬, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**S6**).
15. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑪, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S5**).
16. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑩, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Pont (**S4**).

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.