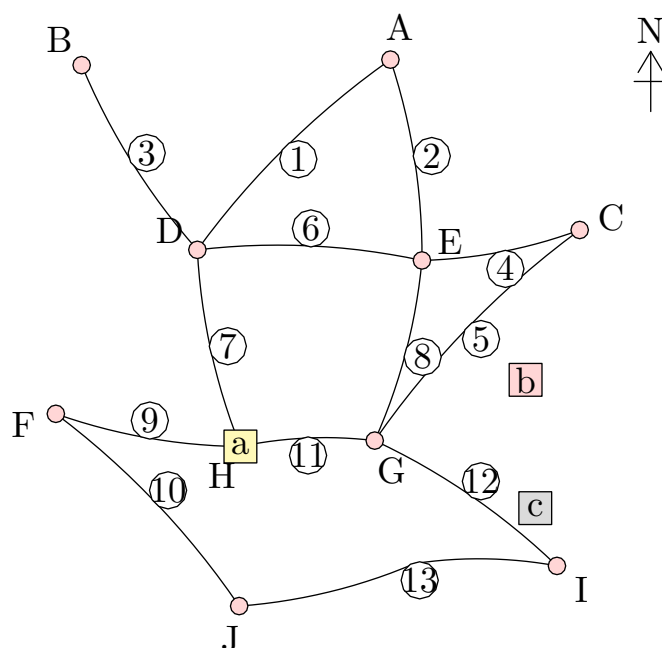




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue des Lilas	⑧ rue du Moulin	Ⓐ Place de l'Église	a la poste
② rue du Puits	⑨ rue du Four	Ⓑ Placette des Ormes	b la boulangerie
③ impasse du Puits	⑩ chemin des Vignes	Ⓒ Fontaine Notre-Dame	c l'église
④ rue Pasteur	⑪ rue Basse	Ⓓ Carrefour du Moulin	
⑤ rue de la Mairie	⑫ chemin Creux	Ⓔ Carrefour des Tilleuls	
⑥ rue de l'Église	⑬ rue des Écoles	Ⓕ Coin du Lavoir	
⑦ passage du Marché		Ⓖ Carrefour du Lavoir	
		Ⓗ Rond-point de la Poste	
		Ⓘ Place des Tanneurs	
		Ⓙ Place aux Herbes	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

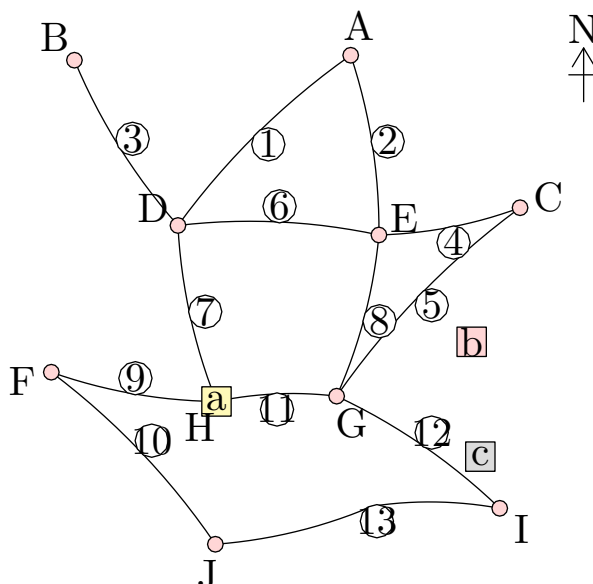
Problème — Fiche n°381



-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	1	2	4	4	2	4	3	2	2
Parité	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $26 = 2 \times 13$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : B, H — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **H**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, B et H, et la poste est justement sur l'un des deux (H). Il part donc de la poste et termine en B, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°381



Voici une tournée possible :

1. Il part de Rond-point de la Poste **(H)**, prend le **passage du Marché** ⑦ vers le nord et atteint Carrefour du Moulin **(D)**.
2. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ①, vers le nord-est, jusqu'à Place de l'Église **(A)**.
3. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ②, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Tilleuls **(E)**.
4. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ④, vers l'est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame **(C)**.
5. Il prend dans la **rue de la Mairie** ⑤, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir **(G)**.
6. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ⑪, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste **(H)**.
7. Il continue tout droit dans la **rue du Four** ⑨, vers l'ouest, jusqu'à Coin du Lavoir **(F)**.
8. Il prend dans le **chemin des Vignes** ⑩, vers le sud-est, jusqu'à Place aux Herbes **(J)**.
9. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑬, vers l'est, jusqu'à Place des Tanneurs **(I)**.
10. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑫, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir **(G)**.
11. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑧, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Tilleuls **(E)**.
12. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin **(D)**.
13. Il tourne à droite dans l'**impasse du Puits** ③, vers le nord-ouest, jusqu'à Placette des Ormes **(B)**.

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en B ou en H : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.