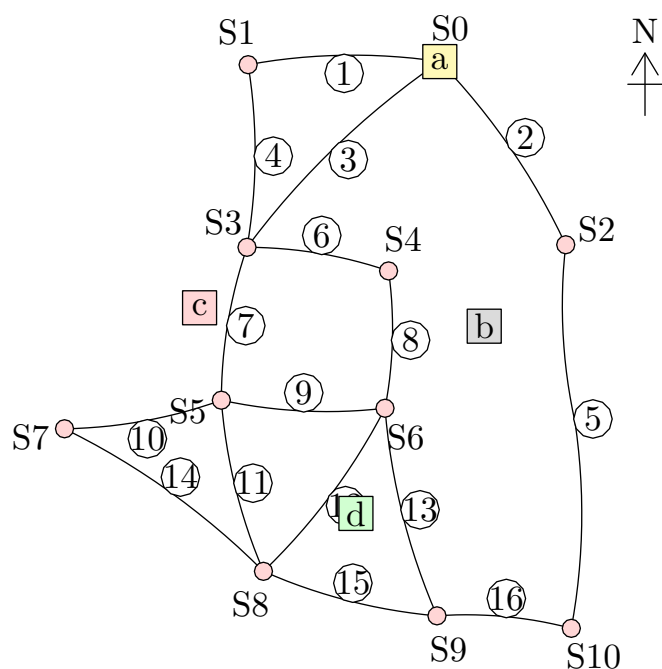




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue des Lilas	⑨ rue Basse	S0 Carrefour de l'Hôpital	a la poste
② avenue de la Gare	⑩ chemin du Lavoir	S1 Place Sainte-Croix	b le stade
③ quai aux Fleurs	⑪ rue de la Poste	S2 Fontaine Notre-Dame	c le marché couvert
④ rue des Jardins	⑫ rue Pasteur	S3 Carrefour Saint-Roch	d la mairie
⑤ chemin des Vignes	⑬ allée des Peupliers	S4 Place du Vieux-Puits	
⑥ rue de l'Église	⑭ rue du Pont	S5 Carrefour des Quatre-Chemins	
⑦ rue du Puits	⑮ allée des Tilleuls	S6 Rond-point du Pont	
⑧ sentier des Prés	⑯ chemin de Ronde	S7 Place aux Herbes	
		S8 Rond-point de la Gare	
		S9 Rond-point de la Poste	
		S10 Place des Tanneurs	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°382

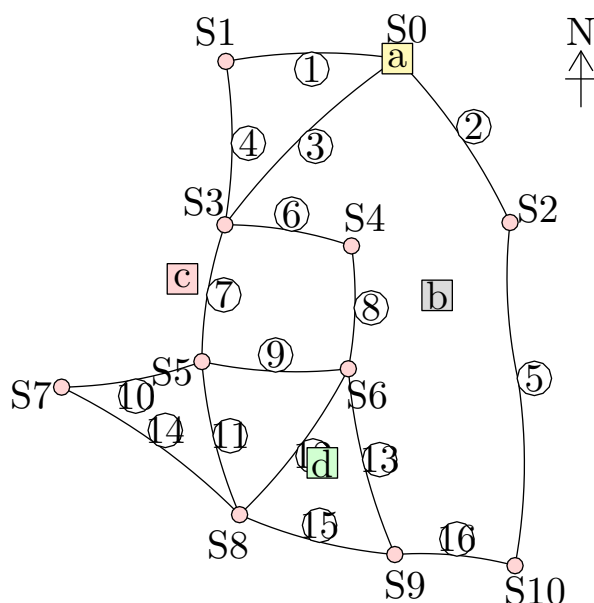


-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Nombre de rues	3	2	2	4	2	4	4	2	4	3	2
Parité	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $32 = 2 \times 16$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S0, S9 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en S0, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, S0 et S9, et la poste est justement sur l'un des deux (S0). Il part donc de la poste et termine en S9, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°382



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour de l'Hôpital (**S0**), prend la **rue des Lilas** ① vers l'ouest et atteint Place Sainte-Croix (**S1**).
2. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ④, vers le sud, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**S3**).
3. Il prend dans le **quai aux Fleurs** ③, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**S0**).
4. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ②, vers le sud-est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**S2**).
5. Il continue tout droit dans le **chemin des Vignes** ⑤, vers le sud, jusqu'à Place des Tanneurs (**S10**).
6. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (**S9**).
7. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑬, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Pont (**S6**).
8. Il continue tout droit dans le **sentier des Prés** ⑧, vers le nord, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**S4**).
9. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**S3**).
10. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑦, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S5**).
11. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑨, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Pont (**S6**).
12. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑫, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (**S8**).
13. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑪, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S5**).
14. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Place aux Herbes (**S7**).
15. Il prend dans la **rue du Pont** ⑭, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Gare (**S8**).
16. Il continue tout droit dans l'**allée des Tilleuls** ⑮, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Poste (**S9**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en S0 ou en S9 : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.