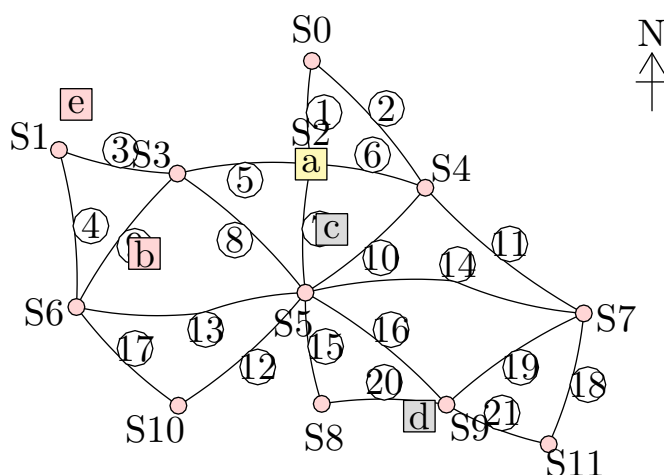


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① allée des Peupliers	⑫ chemin Creux	S0 Fontaine Notre-Dame	a la poste
② rue Pasteur	⑬ rue du Pont	S1 Place de l'Église	b le lavoir
③ boulevard du Parc	⑭ rue Basse	S2 Carrefour de l'Hôpital	c le cimetière
④ rue de la Mairie	⑮ chemin de Ronde	S3 Carrefour du Moulin	d l'église
⑤ chemin des Vignes	⑯ venelle du Chat	S4 Carrefour des Quatre-Chemins	e le marché couvert
⑥ rue Neuve	⑰ rue Haute	S5 Rond-point de la Poste	
⑦ rue de la Poste	⑱ quai aux Fleurs	S6 Carrefour Saint-Roch	
⑧ chemin du Lavoir	⑲ rue du Four	S7 Rond-point des Vaches	
⑨ rue des Lilas	⑳ rue Verte	S8 Coin du Lavoir	
⑩ rue des Écoles	21 sentier des Prés	S9 Rond-point du Pont	
⑪ rue de l'Église		S10 Placette des Ormes	
		S11 Place du Vieux-Puits	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°385

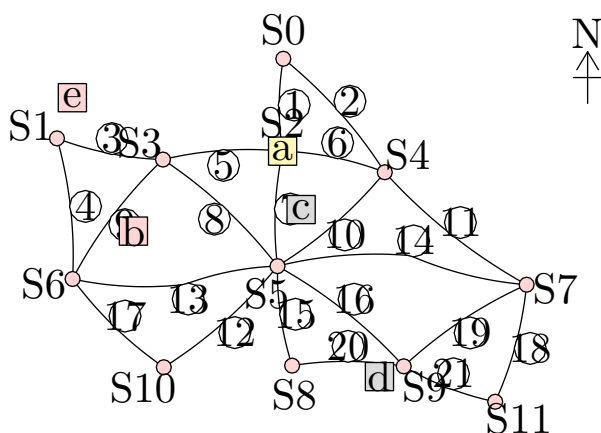


-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11
Nombre de rues	2	2	4	4	4	8	4	4	2	4	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $42 = 2 \times 21$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S2**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°385



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour de l'Hôpital (**S2**), prend l'**allée des Peupliers** ① vers le nord et atteint Fontaine Notre-Dame (**S0**).
2. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ②, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S4**).
3. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**S2**).
4. Il continue tout droit dans le **chemin des Vignes** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S3**).
5. Il continue tout droit dans le **boulevard du Parc** ③, vers l'ouest, jusqu'à Place de l'Église (**S1**).
6. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ④, vers le sud, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**S6**).
7. Il prend dans la **rue des Lilas** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S3**).
8. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑧, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (**S5**).
9. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑩, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S4**).
10. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑪, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S7**).
11. Il prend dans la **rue Basse** ⑭, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (**S5**).
12. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑫, vers le sud-ouest, jusqu'à Placette des Ormes (**S10**).
13. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑰, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**S6**).
14. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑬, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Poste (**S5**).
15. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑮, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir (**S8**).
16. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ⑳, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Pont (**S9**).
17. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ⑱, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S7**).
18. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑱, vers le sud, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**S11**).
19. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** 21, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (**S9**).
20. Il continue tout droit dans la **venelle du Chat** ⑯, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (**S5**).
21. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑦, vers le nord, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**S2**).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.