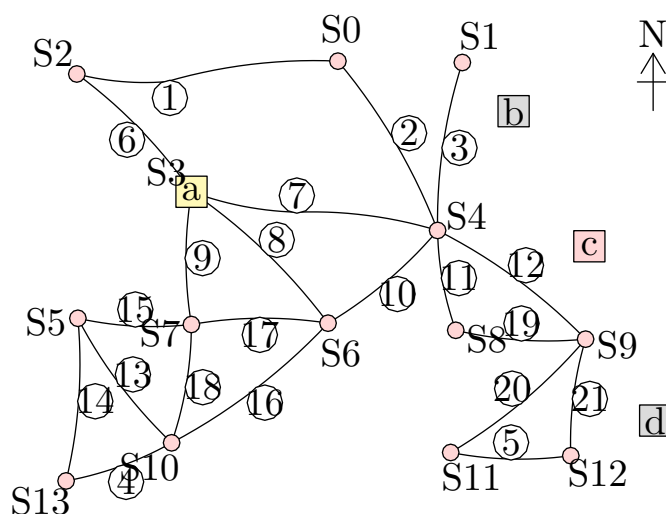


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① avenue de la Gare	⑫ passage du Marché	S0 Fontaine Notre-Dame	a la poste
② rue Haute	⑬ boulevard du Parc	S1 Placette des Ormes	b le stade
③ impasse des Cerisiers	⑭ rue de la Mairie	S2 Place Sainte-Croix	c le marché couvert
④ allée des Peupliers	⑮ rue du Pont	S3 Carrefour de la Mairie	d le gymnase
⑤ sentier des Prés	⑯ rue Neuve	S4 Carrefour des Quatre-Chemins	
⑥ rue Verte	⑰ chemin de Ronde	S5 Carrefour Saint-Roch	
⑦ rue du Moulin	⑱ chemin Creux	S6 Rond-point des Vaches	
⑧ rue du Stade	⑲ rue du Four	S7 Carrefour des Tilleuls	
⑨ rue des Jardins	⑳ allée des Tilleuls	S8 Place de la Fontaine	
⑩ venelle du Chat	21 rue du Puits	S9 Carrefour du Moulin	
⑪ chemin du Lavoir		S10 Carrefour de l'Hôpital	
		S11 Place de l'Église	
		S12 Place aux Herbes	
		S13 Place des Tanneurs	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°386

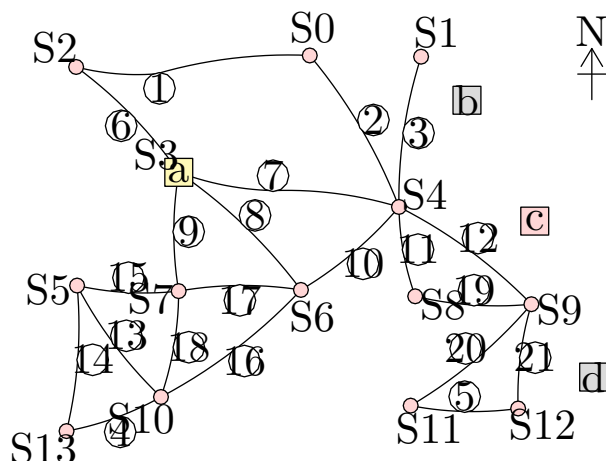


-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13
Nombre de rues	2	1	2	4	6	3	4	4	2	4	4	2	2	2
Parité	pair	impair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $42 = 2 \times 21$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S1, S5 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S3**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, S1 et S5 : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **S3**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de S1 à S5. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



Ce parcours, en partant de S1 :

1. Il part de Placette des Ormes (S1), prend l'impasse des Cerisiers ③ vers le sud et atteint Carrefour des Quatre-Chemins (S4).
2. Il prend dans la **rue Haute** ②, vers le nord-ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S0).
3. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix (S2).
4. Il prend dans la **rue Verte** ⑥, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S3).
5. Il continue tout droit dans la **rue du Moulin** ⑦, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S4).
6. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑪, vers le sud, jusqu'à Place de la Fontaine (S8).
7. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ⑱, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Moulin (S9).
8. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑳, vers le sud-ouest, jusqu'à Place de l'Église (S11).
9. Il tourne à gauche dans le **sentier des Prés** ⑤, vers l'est, jusqu'à Place aux Herbes (S12).
10. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** 21, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Moulin (S9).
11. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ⑫, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S4).
12. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ⑩, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (S6).
13. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ⑧, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S3).
14. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑨, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S7).
15. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑮, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S5).
16. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑬, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S10).
17. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ⑯, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (S6).
18. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** ⑰, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S7).
19. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑰, vers le sud, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S10).
20. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ④, vers l'ouest, jusqu'à Place des Tanneurs (S13).
21. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ⑭, vers le nord, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S5).

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.