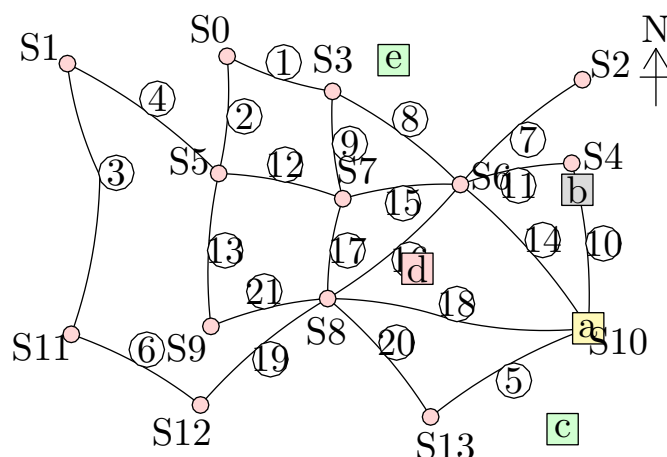




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① passage du Marché	⑫ rue de la Mairie	S0 Place de l'Église	a la poste
② rue des Jardins	⑬ boulevard du Parc	S1 Place aux Herbes	b le gymnase
③ avenue de la Gare	⑭ chemin de Ronde	S2 Place du Vieux-Puits	c la gendarmerie
④ rue Verte	⑮ allée des Tilleuls	S3 Rond-point du Pont	d le marché couvert
⑤ rue de l'Église	⑯ rue Neuve	S4 Place Sainte-Croix	e la mairie
⑥ chemin des Vignes	⑰ rue des Lilas	S5 Carrefour du Moulin	
⑦ impasse des Cerisiers	⑱ venelle du Chat	S6 Carrefour des Quatre-Chemins	
⑧ rue Pasteur	⑲ rue du Stade	S7 Rond-point des Vaches	
⑨ rue du Four	⑳ rue du Moulin	S8 Carrefour de la Mairie	
⑩ rue Haute	21 allée des Peupliers	S9 Coin du Lavoir	
⑪ rue des Écoles		S10 Carrefour de l'Hôpital	
		S11 Place des Tanneurs	
		S12 Placette des Ormes	
		S13 Place du Marché	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°387

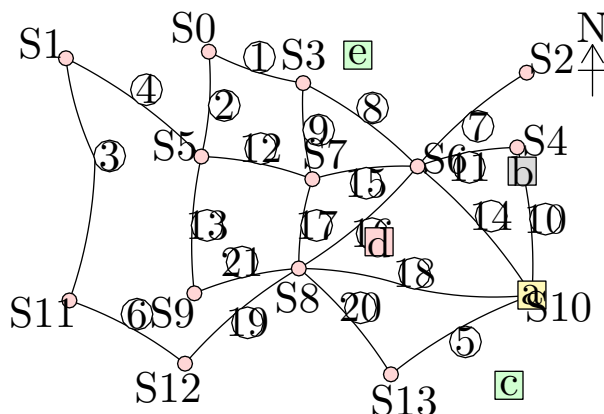


-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13
Nombre de rues	2	2	1	3	2	4	6	4	6	2	4	2	2	2
Parité	pair	pair	impair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $42 = 2 \times 21$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S2, S3 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S10**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, S2 et S3 : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **S10**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de S2 à S3. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



Ce parcours, en partant de S2 :

1. Il part de Place du Vieux-Puits (**S2**), prend l'**impasse des Cerisiers** ⑦ vers le sud-ouest et atteint Carrefour des Quatre-Chemins (**S6**).
2. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑧, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (**S3**).
3. Il continue tout droit dans le **passage du Marché** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place de l'Église (**S0**).
4. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ②, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S5**).
5. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Place aux Herbes (**S1**).
6. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ③, vers le sud, jusqu'à Place des Tanneurs (**S11**).
7. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ⑥, vers le sud-est, jusqu'à Placette des Ormes (**S12**).
8. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑩, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S8**).
9. Il continue tout droit dans la **rue Neuve** ⑪, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S6**).
10. Il continue tout droit dans la **rue des Écoles** ⑫, vers l'est, jusqu'à Place Sainte-Croix (**S4**).
11. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑬, vers le sud, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**S10**).
12. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑭, vers le sud-ouest, jusqu'à Place du Marché (**S13**).
13. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑮, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S8**).
14. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑯, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S7**).
15. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ⑰, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S5**).
16. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑱, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir (**S9**).
17. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** 21, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S8**).
18. Il continue tout droit dans la **venelle du Chat** ⑲, vers l'est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**S10**).
19. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** ⑳, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S6**).
20. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ㉑, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S7**).
21. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑨, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Pont (**S3**).

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.