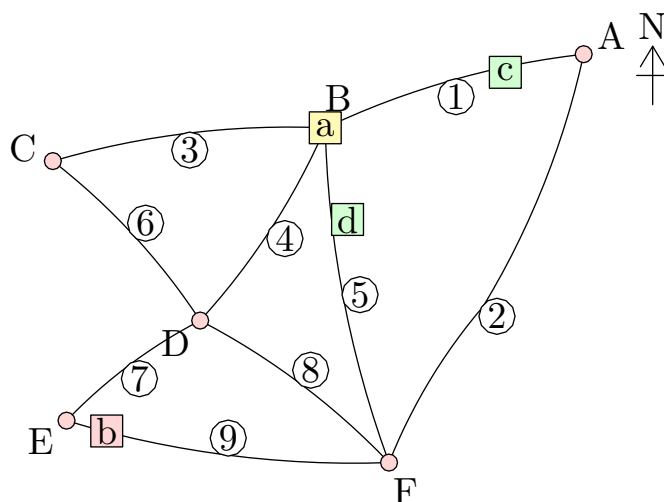


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① boulevard du Parc	⑥ allée des Tilleuls	Ⓐ Placette des Ormes	a la poste
② rue du Stade	⑦ rue des Jardins	Ⓑ Carrefour du Moulin	b le marché couvert
③ rue de l'Église	⑧ rue des Lilas	Ⓒ Place Sainte-Croix	c la salle des fêtes
④ rue Basse	⑨ rue du Moulin	Ⓓ Rond-point du Stade	d la mairie
⑤ rue de la Mairie		Ⓔ Place de la Fontaine	
		Ⓕ Carrefour de la Mairie	

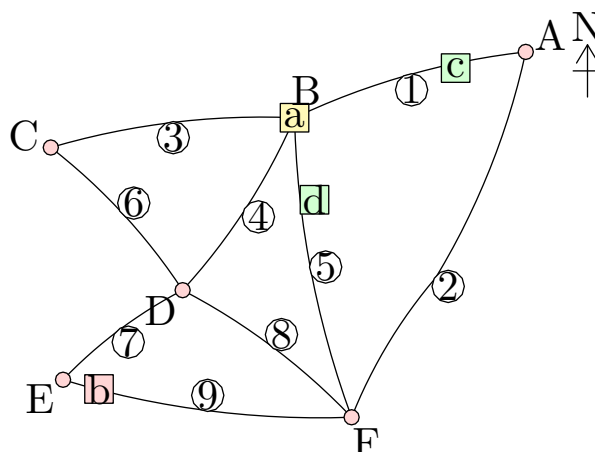
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F
Nombre de rues	2	4	2	4	2	4
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $18 = 2 \times 9$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **B**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°390



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour du Moulin (**B**), prend le **boulevard du Parc** ① vers l'est et atteint Placette des Ormes (**A**).
2. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ②, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**F**).
3. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ⑤, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Moulin (**B**).
4. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ③, vers l'ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix (**C**).
5. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑥, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**D**).
6. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑦, vers le sud-ouest, jusqu'à Place de la Fontaine (**E**).
7. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ⑨, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**F**).
8. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ⑧, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**D**).
9. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ④, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Moulin (**B**).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.