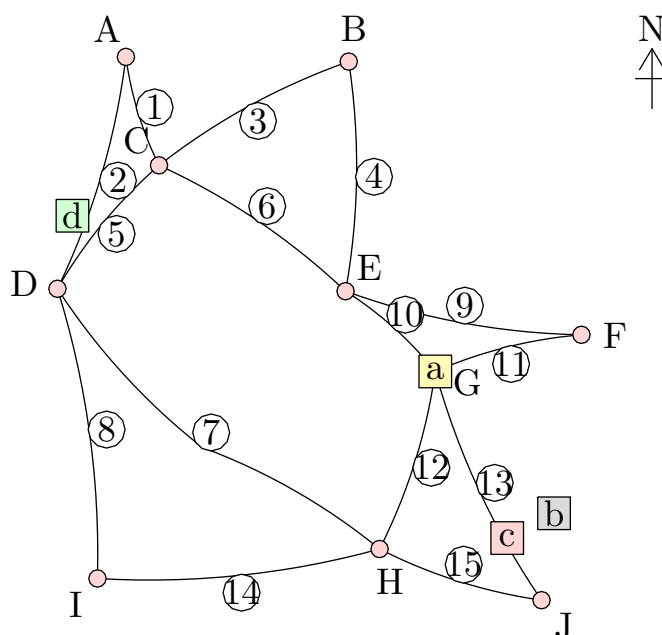




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① venelle du Chat	⑨ rue de l'Église	Ⓐ Place Sainte-Croix	a la poste
② rue du Puits	⑩ rue Haute	Ⓑ Placette des Ormes	b l'église
③ chemin du Lavoir	⑪ rue de la Poste	Ⓒ Rond-point de la Gare	c la boulangerie
④ rue Pasteur	⑫ rue Verte	Ⓓ Rond-point de la Poste	d la gendarmerie
⑤ allée des Peupliers	⑬ rue des Jardins	Ⓔ Carrefour de l'Hôpital	
⑥ chemin Creux	⑭ rue du Stade	Ⓕ Coin du Lavoir	
⑦ quai aux Fleurs	⑮ rue du Pont	Ⓖ Rond-point des Vaches	
⑧ rue de la Mairie		Ⓗ Carrefour du Moulin	
		Ⓘ Place du Vieux-Puits	
		Ⓙ Place de la Fontaine	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

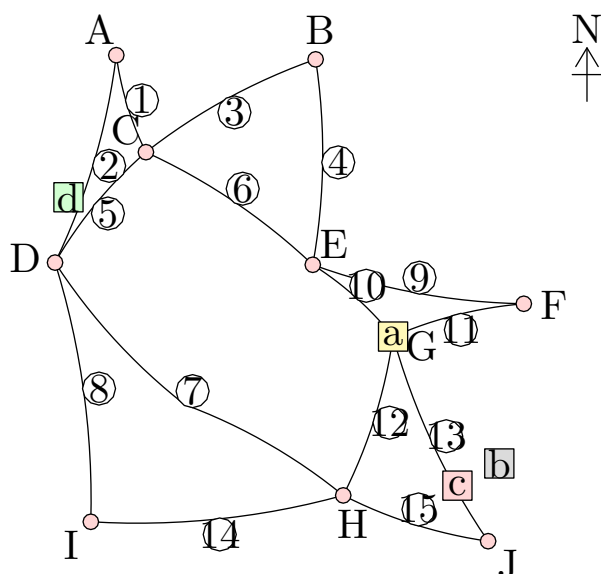
Problème — Fiche n°395



-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	2	4	4	4	2	4	4	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $30 = 2 \times 15$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **G**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°395



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point des Vaches **(G)**, prend la **rue Haute** ⑩ vers le nord-ouest et atteint Carrefour de l'Hôpital **(E)**.
2. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ④, vers le nord, jusqu'à Placette des Ormes **(B)**.
3. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ③, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare **(C)**.
4. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ①, vers le nord, jusqu'à Place Sainte-Croix **(A)**.
5. Il prend dans la **rue du Puits** ②, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Poste **(D)**.
6. Il prend dans l'**allée des Peupliers** ⑤, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Gare **(C)**.
7. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ⑥, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital **(E)**.
8. Il continue tout droit dans la **rue de l'Église** ⑨, vers l'est, jusqu'à Coin du Lavoir **(F)**.
9. Il prend dans la **rue de la Poste** ⑪, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches **(G)**.
10. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ⑫, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin **(H)**.
11. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste **(D)**.
12. Il prend dans la **rue de la Mairie** ⑧, vers le sud, jusqu'à Place du Vieux-Puits **(I)**.
13. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑭, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Moulin **(H)**.
14. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑮, vers l'est, jusqu'à Place de la Fontaine **(J)**.
15. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑬, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches **(G)**.

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.