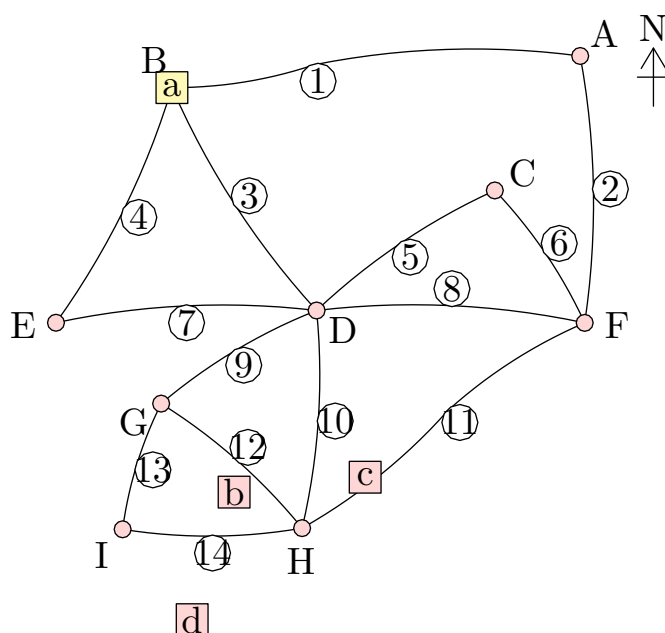


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue des Lilas	⑧ rue Pasteur	Ⓐ Place aux Herbes	a la poste
② chemin de Ronde	⑨ venelle du Chat	Ⓑ Carrefour des Quatre-Chemins	b le marché couvert
③ rue de la Poste	⑩ rue du Stade	Ⓒ Place Sainte-Croix	c la pharmacie
④ rue du Four	⑪ rue du Puits	Ⓓ Rond-point du Stade	d le lavoir
⑤ rue des Jardins	⑫ chemin des Vignes	Ⓔ Placette des Ormes	
⑥ chemin du Lavoir	⑬ rue de l'Église	Ⓕ Rond-point de la Poste	
⑦ rue des Écoles	⑭ rue Basse	Ⓖ Carrefour du Moulin	
		Ⓗ Carrefour Saint-Roch	
		Ⓘ Coin du Lavoir	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

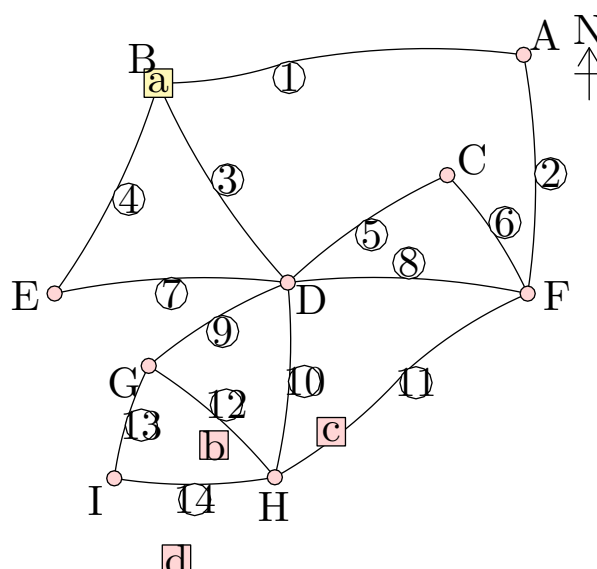
Problème — Fiche n°396



-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	2	3	2	6	2	4	3	4	2
Parité	pair	impair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $28 = 2 \times 14$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : B, G — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **B**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, B et G, et la poste est justement sur l'un des deux (B). Il part donc de la poste et termine en G, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°396



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour des Quatre-Chemins **(B)**, prend la **rue des Lilas** ① vers l'est et atteint Place aux Herbes **(A)**.
2. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ②, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Poste **(F)**.
3. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑥, vers le nord-ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix **(C)**.
4. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑤, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade **(D)**.
5. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ③, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(B)**.
6. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ④, vers le sud-ouest, jusqu'à Placette des Ormes **(E)**.
7. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑦, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Stade **(D)**.
8. Il continue tout droit dans la **rue Pasteur** ⑧, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Poste **(F)**.
9. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑪, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch **(H)**.
10. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ⑩, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Stade **(D)**.
11. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ⑨, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin **(G)**.
12. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ⑫, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch **(H)**.
13. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ⑭, vers l'ouest, jusqu'à Coin du Lavoir **(I)**.
14. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑬, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Moulin **(G)**.

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en B ou en G : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.