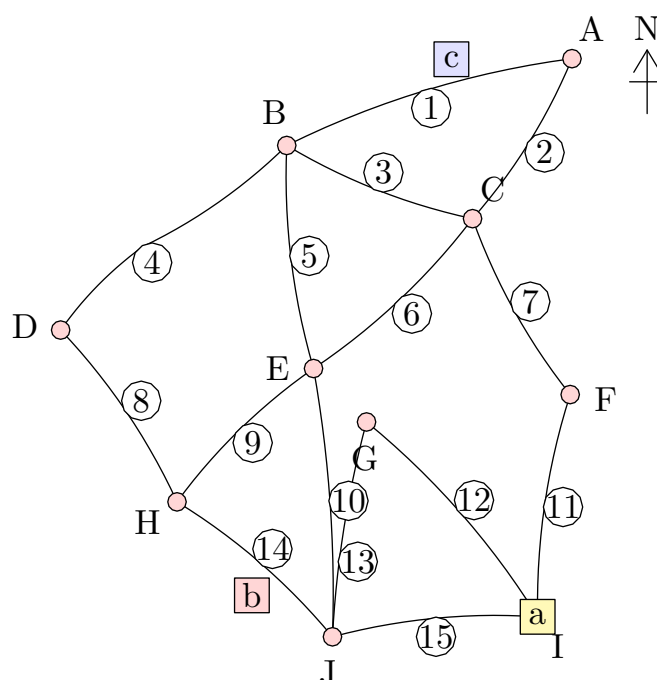


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Verte	⑨ rue Neuve	(A) Place des Tanneurs	a la poste
② chemin des Vignes	⑩ rue du Four	(B) Rond-point des Vaches	b la boulangerie
③ venelle du Chat	⑪ rue du Moulin	(C) Rond-point du Stade	c l'école
④ rue des Écoles	⑫ sentier des Prés	(D) Place du Marché	
⑤ passage du Marché	⑬ rue des Lilas	(E) Carrefour Saint-Roch	
⑥ allée des Tilleuls	⑭ rue du Pont	(F) Coin du Lavoir	
⑦ rue du Puits	⑮ rue Basse	(G) Place aux Herbes	
⑧ rue de l'Église		(H) Carrefour des Tilleuls	
		(I) Carrefour du Lavoir	
		(J) Carrefour du Moulin	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

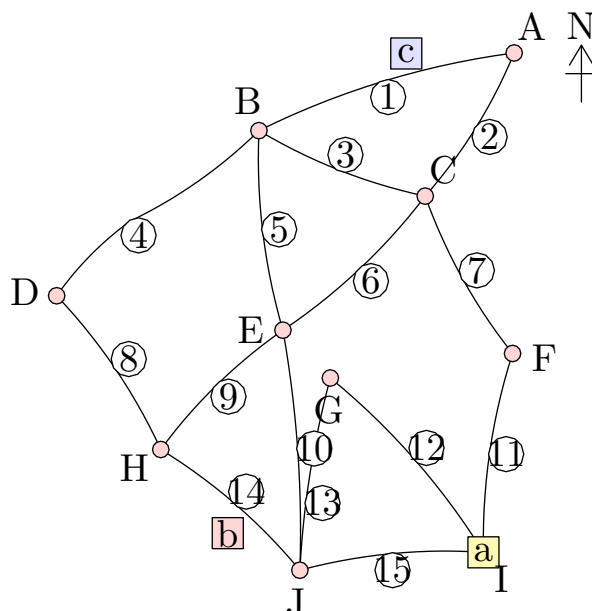
Problème — Fiche n°397



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	4	4	2	4	2	2	3	3	4
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	impair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $30 = 2 \times 15$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : H, I — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en I, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, H et I, et la poste est justement sur l'un des deux (I). Il part donc de la poste et termine en H, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°397



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour du Lavoir (I), prend la **rue du Moulin** ⑪ vers le nord et atteint Coin du Lavoir (F).
2. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (C).
3. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ②, vers le nord-est, jusqu'à Place des Tanneurs (A).
4. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ①, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (B).
5. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ③, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Stade (C).
6. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑥, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (E).
7. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ⑤, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (B).
8. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ④, vers le sud-ouest, jusqu'à Place du Marché (D).
9. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ⑧, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (H).
10. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (E).
11. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑩, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin (J).
12. Il prend dans la **rue des Lilas** ⑬, vers le nord, jusqu'à Place aux Herbes (G).
13. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑫, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (I).
14. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ⑮, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (J).
15. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑭, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (H).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en H ou en I : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.