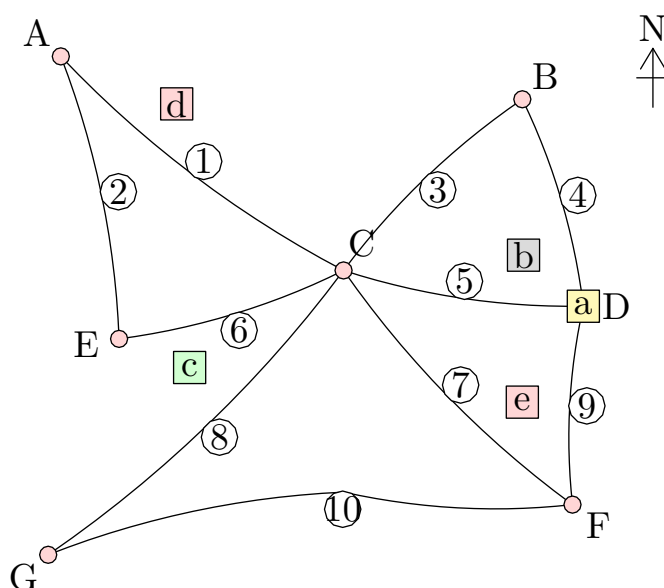




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Four	⑥ boulevard du Parc	Ⓐ Place de l'Église	a la poste
② rue du Pont	⑦ rue de la Mairie	Ⓑ Coin du Lavoir	b le cimetière
③ rue Haute	⑧ passage du Marché	Ⓒ Rond-point du Stade	c la mairie
④ allée des Tilleuls	⑨ venelle du Chat	Ⓓ Carrefour Saint-Roch	d la boulangerie
⑤ quai aux Fleurs	⑩ rue du Moulin	Ⓔ Place du Vieux-Puits	e le lavoir
		Ⓕ Carrefour de l'Hôpital	
		Ⓖ Place aux Herbes	

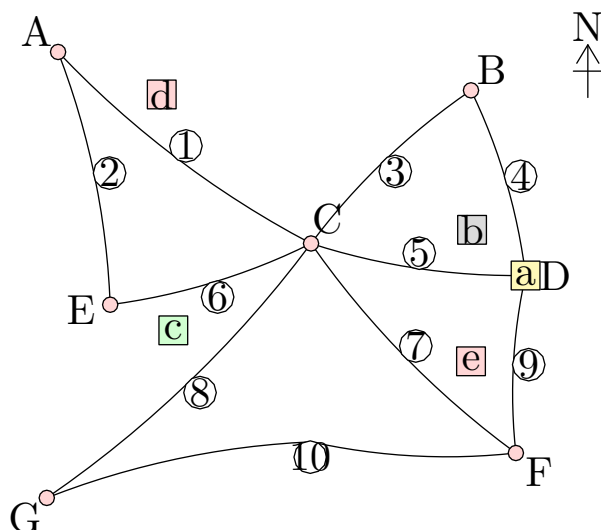
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

- Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
- Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
- Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ? Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
- Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G
Nombre de rues	2	2	6	3	2	3	2
Parité	pair	pair	pair	impair	pair	impair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $20 = 2 \times 10$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : D, F — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **D**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, D et F, et la poste est justement sur l'un des deux (D). Il part donc de la poste et termine en F, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°42



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour Saint-Roch (**D**), prend l'**allée des Tilleuls** ④ vers le nord et atteint Coin du Lavoir (**B**).
2. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ③, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**C**).
3. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ①, vers le nord-ouest, jusqu'à Place de l'Église (**A**).
4. Il prend dans la **rue du Pont** ②, vers le sud, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**E**).
5. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑥, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Stade (**C**).
6. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑤, vers l'est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**D**).
7. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑨, vers le sud, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**F**).
8. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**C**).
9. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ⑧, vers le sud-ouest, jusqu'à Place aux Herbes (**G**).
10. Il prend dans la **rue du Moulin** ⑩, vers l'est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**F**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en D ou en F : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.