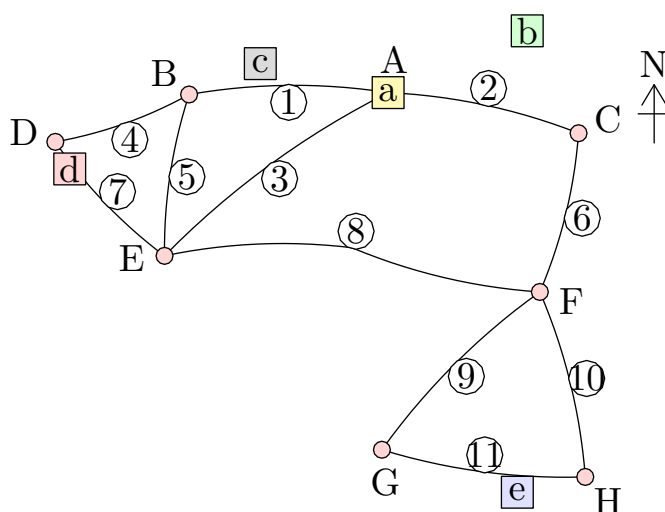


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Pasteur	⑦ passage du Marché	Ⓐ Rond-point du Stade	a la poste
② chemin Creux	⑧ sentier des Prés	Ⓑ Carrefour des Tilleuls	b la salle des fêtes
③ rue du Pont	⑨ venelle du Chat	Ⓒ Placette des Ormes	c le stade
④ rue des Lilas	⑩ allée des Tilleuls	Ⓓ Place Sainte-Croix	d le lavoir
⑤ rue Verte	⑪ rue Haute	Ⓔ Rond-point de la Poste	e l'école
⑥ boulevard du Parc		Ⓕ Carrefour du Moulin	
		Ⓖ Fontaine Notre-Dame	
		Ⓗ Place de la Fontaine	

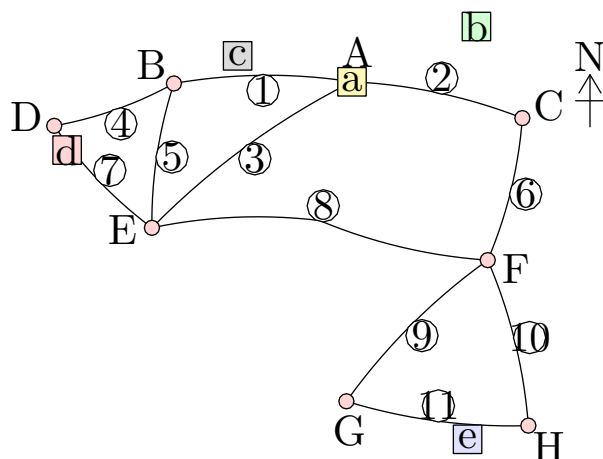
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H
Nombre de rues	3	3	2	2	4	4	2	2
Parité	impair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $22 = 2 \times 11$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, B — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **A**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, A et B, et la poste est justement sur l'un des deux (A). Il part donc de la poste et termine en B, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°46



Voici une tournée possible :

1. Il part de Rond-point du Stade (**A**), prend la **rue Pasteur** ① vers l'ouest et atteint Carrefour des Tilleuls (**B**).
2. Il continue tout droit dans la **rue des Lilas** ④, vers l'ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix (**D**).
3. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ⑦, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (**E**).
4. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ③, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**A**).
5. Il continue tout droit dans le **chemin Creux** ②, vers l'est, jusqu'à Placette des Ormes (**C**).
6. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑥, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin (**F**).
7. Il continue tout droit dans la **venelle du Chat** ⑨, vers le sud-ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**G**).
8. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑪, vers l'est, jusqu'à Place de la Fontaine (**H**).
9. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑩, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Moulin (**F**).
10. Il tourne à gauche dans le **sentier des Prés** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (**E**).
11. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ⑤, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**B**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en A ou en B : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.