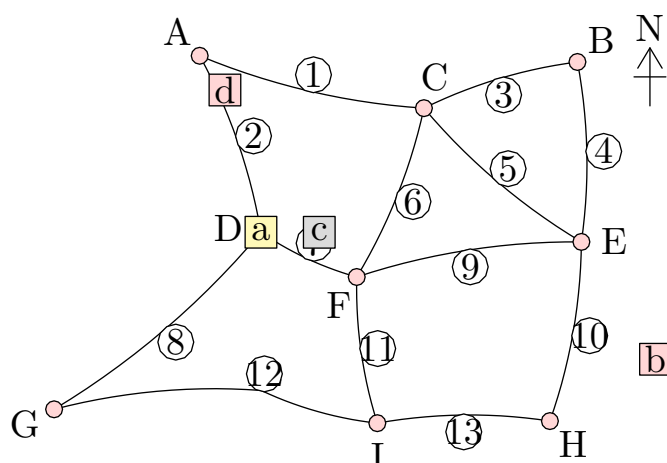


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① chemin de Ronde	⑧ rue du Moulin	Ⓐ Fontaine Notre-Dame	a la poste
② avenue de la Gare	⑨ rue Haute	Ⓑ Place du Marché	b le lavoir
③ rue des Écoles	⑩ rue Neuve	Ⓒ Rond-point de la Poste	c l'église
④ rue Pasteur	⑪ rue du Stade	Ⓓ Rond-point du Stade	d la boulangerie
⑤ passage du Marché	⑫ rue de la Mairie	Ⓔ Carrefour de la Mairie	
⑥ rue du Puits	⑬ rue Verte	Ⓕ Carrefour des Quatre-Chemins	
⑦ rue de l'Église		Ⓖ Coin du Lavoir	
		Ⓗ Placette des Ormes	
		Ⓘ Rond-point des Vaches	

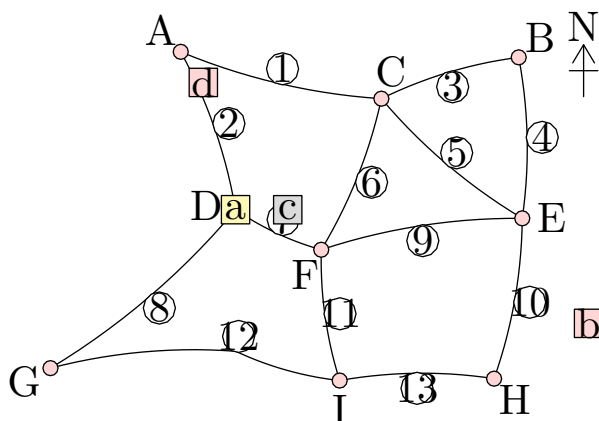
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

- Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
- Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
- Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ? Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
- Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	2	2	4	3	4	4	2	2	3
Parité	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	impair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $26 = 2 \times 13$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : D, I — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **D**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, D et I, et la poste est justement sur l'un des deux (D). Il part donc de la poste et termine en I, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°47



Voici une tournée possible :

1. Il part de Rond-point du Stade (D), prend l'**avenue de la Gare** ② vers le nord et atteint Fontaine Notre-Dame (A).
2. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ①, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Poste (C).
3. Il continue tout droit dans la **rue des Écoles** ③, vers l'est, jusqu'à Place du Marché (B).
4. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ④, vers le sud, jusqu'à Carrefour de la Mairie (E).
5. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ⑤, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (C).
6. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑥, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (F).
7. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (D).
8. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ⑧, vers le sud-ouest, jusqu'à Coin du Lavoir (G).
9. Il prend dans la **rue de la Mairie** ⑫, vers l'est, jusqu'à Rond-point des Vaches (I).
10. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑪, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (F).
11. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑨, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (E).
12. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑩, vers le sud, jusqu'à Placette des Ormes (H).
13. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ⑬, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (I).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en D ou en I : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.