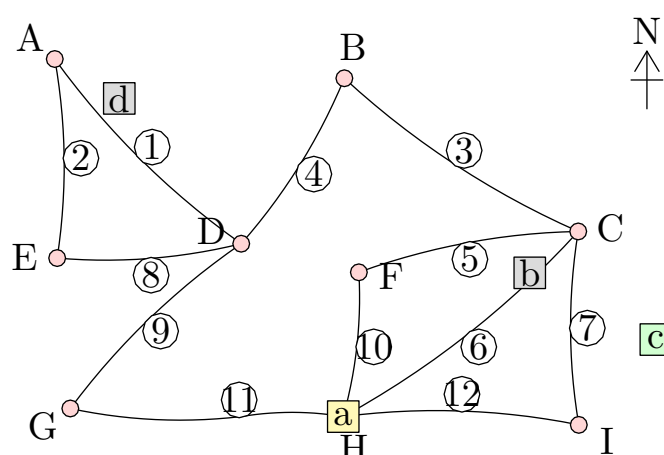


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue des Jardins	⑦ chemin du Lavoir	Ⓐ Place aux Herbes	a la poste
② rue des Lilas	⑧ rue du Moulin	Ⓑ Coin du Lavoir	b le stade
③ rue du Puits	⑨ rue Neuve	Ⓒ Carrefour du Lavoir	c la mairie
④ chemin de Ronde	⑩ allée des Tilleuls	Ⓓ Rond-point du Pont	d l'église
⑤ rue des Écoles	⑪ chemin Creux	Ⓔ Place de l'Église	
⑥ rue de la Poste	⑫ boulevard du Parc	Ⓕ Place de la Fontaine	
		Ⓖ Place du Vieux-Puits	
		Ⓗ Rond-point des Vaches	
		Ⓘ Place des Tanneurs	

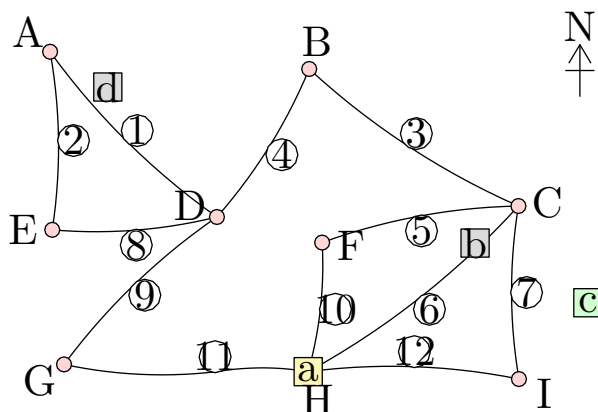
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

- Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
- Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
- Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
- Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	2	2	4	4	2	2	2	4	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $24 = 2 \times 12$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **H**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°5



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point des Vaches **(H)**, prend la **rue de la Poste** ⑥ vers le nord-est et atteint Carrefour du Lavoir **(C)**.
2. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ③, vers le nord-ouest, jusqu'à Coin du Lavoir **(B)**.
3. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** ④, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont **(D)**.
4. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ①, vers le nord-ouest, jusqu'à Place aux Herbes **(A)**.
5. Il prend dans la **rue des Lilas** ②, vers le sud, jusqu'à Place de l'Église **(E)**.
6. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ⑧, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Pont **(D)**.
7. Il prend dans la **rue Neuve** ⑨, vers le sud-ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits **(G)**.
8. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑪, vers l'est, jusqu'à Rond-point des Vaches **(H)**.
9. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑩, vers le nord, jusqu'à Place de la Fontaine **(F)**.
10. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ⑤, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Lavoir **(C)**.
11. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑦, vers le sud, jusqu'à Place des Tanneurs **(I)**.
12. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑫, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches **(H)**.

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.