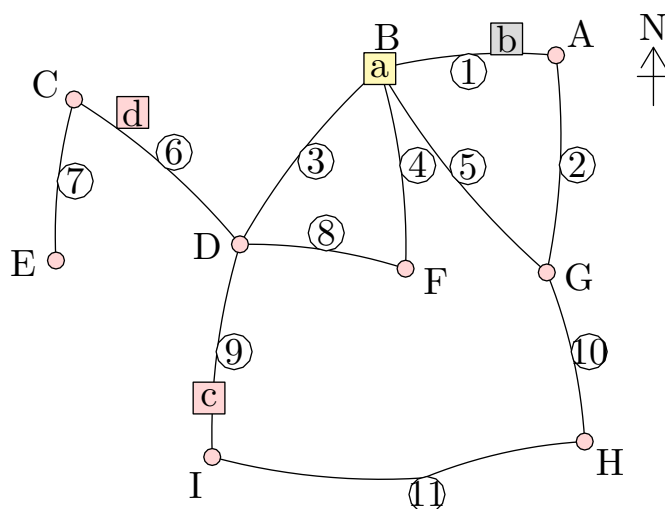




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① venelle du Chat	⑦ impasse Verte	Ⓐ Placette des Ormes	a la poste
② rue Neuve	⑧ chemin des Vignes	Ⓑ Carrefour des Tilleuls	b le cimetière
③ rue du Stade	⑨ rue du Pont	Ⓒ Fontaine Notre-Dame	c la boulangerie
④ rue du Puits	⑩ rue des Lilas	Ⓓ Carrefour des Quatre-Chemins	d la pharmacie
⑤ rue Basse	⑪ rue Verte	Ⓔ Place aux Herbes	
⑥ chemin Creux		Ⓕ Coin du Lavoir	
		Ⓖ Rond-point du Stade	
		Ⓗ Place de l'Église	
		Ⓘ Place du Marché	

Légende du plan

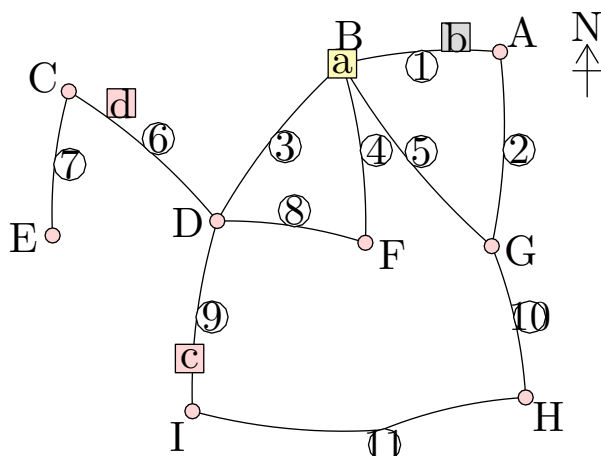
Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	2	4	2	4	1	2	3	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	impair	pair	impair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $22 = 2 \times 11$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : E, G — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **B**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, E et G : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **B**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de E à G. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°51



Ce parcours, en partant de E :

1. Il part de Place aux Herbes **(E)**, prend l'**impasse Verte** ⑦ vers le nord et atteint Fontaine Notre-Dame **(C)**.
2. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ⑥, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(D)**.
3. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ③, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls **(B)**.
4. Il continue tout droit dans la **venelle du Chat** ①, vers l'est, jusqu'à Placette des Ormes **(A)**.
5. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ②, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Stade **(G)**.
6. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ⑤, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls **(B)**.
7. Il prend dans la **rue du Puits** ④, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir **(F)**.
8. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(D)**.
9. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ⑨, vers le sud, jusqu'à Place du Marché **(I)**.
10. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ⑪, vers l'est, jusqu'à Place de l'Église **(H)**.
11. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ⑩, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Stade **(G)**.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.