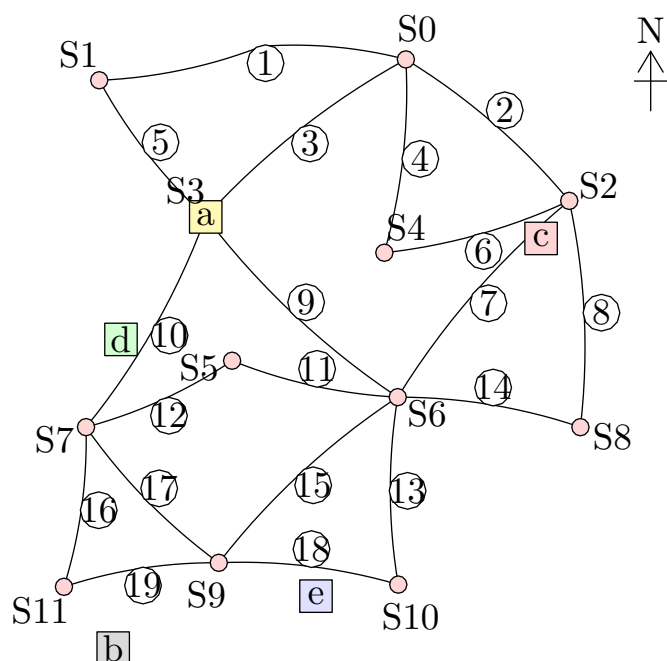


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue de la Mairie	⑪ chemin des Vignes	S0 Carrefour des Quatre-Chemins	a la poste
② rue de la Poste	⑫ venelle du Chat	S1 Place des Tanneurs	b le stade
③ chemin Creux	⑬ rue du Puits	S2 Carrefour de l'Hôpital	c la boulangerie
④ rue Neuve	⑭ sentier des Prés	S3 Rond-point du Stade	d la salle des fêtes
⑤ rue des Écoles	⑮ rue du Pont	S4 Place du Vieux-Puits	e l'école
⑥ avenue de la Gare	⑯ rue du Four	S5 Coin du Lavoir	
⑦ rue de l'Église	⑰ boulevard du Parc	S6 Rond-point des Vaches	
⑧ rue Verte	⑱ rue Basse	S7 Rond-point du Pont	
⑨ chemin du Lavoir	⑲ quai aux Fleurs	S8 Placette des Ormes	
⑩ rue Haute		S9 Carrefour des Tilleuls	
		S10 Fontaine Notre-Dame	
		S11 Place de la Fontaine	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°55

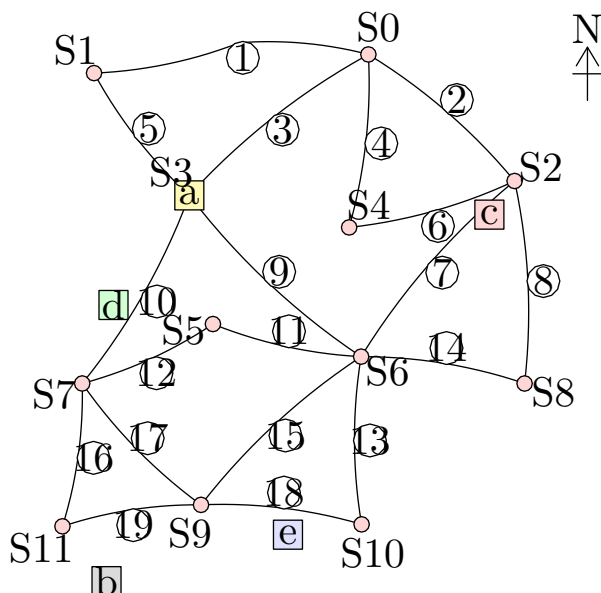


-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11
Nombre de rues	4	2	4	4	2	2	6	4	2	4	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $38 = 2 \times 19$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S3**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point du Stade (**S3**), prend le **chemin Creux** ③ vers le nord-est et atteint Carrefour des Quatre-Chemins (**S0**).
2. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place des Tanneurs (**S1**).
3. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑤, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**S3**).
4. Il continue tout droit dans le **chemin du Lavoir** ⑨, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S6**).
5. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ⑦, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**S2**).
6. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ②, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S0**).
7. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ④, vers le sud, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**S4**).
8. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑥, vers l'est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**S2**).
9. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ⑧, vers le sud, jusqu'à Placette des Ormes (**S8**).
10. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑭, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S6**).
11. Il continue tout droit dans le **chemin des Vignes** ⑪, vers l'ouest, jusqu'à Coin du Lavoir (**S5**).
12. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ⑫, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (**S7**).
13. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ⑯, vers le sud, jusqu'à Place de la Fontaine (**S11**).
14. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑰, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**S9**).
15. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ⑮, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S6**).
16. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑬, vers le sud, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**S10**).
17. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ⑱, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**S9**).
18. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑰, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (**S7**).
19. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑩, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**S3**).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.