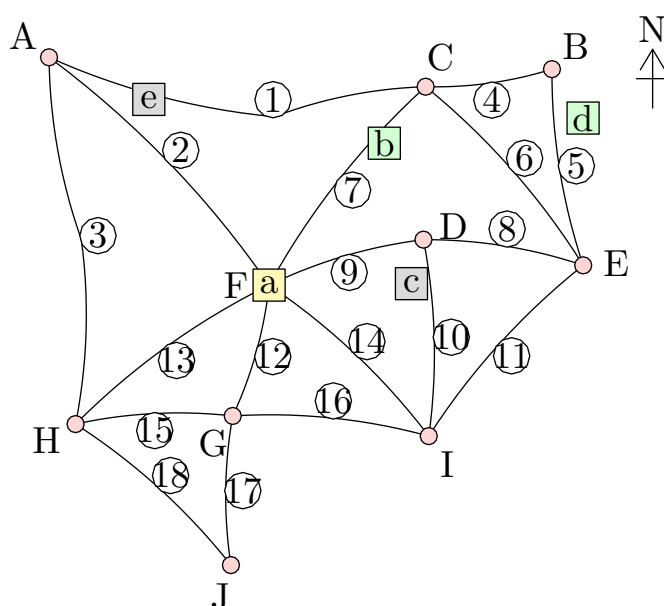




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① chemin du Lavoir	⑩ rue Neuve	Ⓐ Rond-point du Pont	a la poste
② avenue de la Gare	⑪ allée des Tilleuls	Ⓑ Place de l'Église	b la bibliothèque
③ rue de la Mairie	⑫ rue Pasteur	Ⓒ Rond-point de la Poste	c le gymnase
④ sentier des Prés	⑬ chemin Creux	Ⓓ Carrefour de l'Hôpital	d la salle des fêtes
⑤ chemin des Vignes	⑭ venelle du Chat	Ⓔ Carrefour des Tilleuls	e le stade
⑥ rue du Four	⑮ rue Haute	Ⓕ Rond-point des Vaches	
⑦ quai aux Fleurs	⑯ boulevard du Parc	Ⓖ Carrefour du Lavoir	
⑧ rue de l'Église	⑰ passage du Marché	Ⓗ Carrefour du Moulin	
⑨ rue du Puits	⑱ rue des Lilas	Ⓘ Carrefour de la Mairie	
		Ⓙ Place aux Herbes	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°56

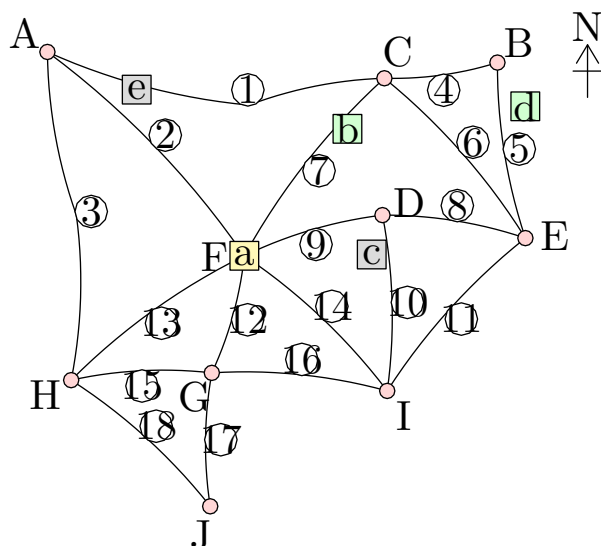


-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	3	2	4	3	4	6	4	4	4	2
Parité	impair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $36 = 2 \times 18$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, D — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **F**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, A et D : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **F**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de A à D. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°56



Ce parcours, en partant de A :

1. Il part de Rond-point du Pont (A), prend le **chemin du Lavoir** ① vers l'est et atteint Rond-point de la Poste (C).
2. Il continue tout droit dans le **sentier des Prés** ④, vers l'est, jusqu'à Place de l'Église (B).
3. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑤, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (E).
4. Il prend dans la **rue du Four** ⑥, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (C).
5. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑦, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (F).
6. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ②, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (A).
7. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ③, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin (H).
8. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑬, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (F).
9. Il continue tout droit dans la **rue du Puits** ⑨, vers l'est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (D).
10. Il continue tout droit dans la **rue de l'Église** ⑧, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (E).
11. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑪, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (I).
12. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑭, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (F).
13. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ⑫, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Lavoir (G).
14. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑮, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (H).
15. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ⑱, vers le sud-est, jusqu'à Place aux Herbes (J).
16. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ⑰, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Lavoir (G).
17. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑯, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (I).
18. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ⑩, vers le nord, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (D).