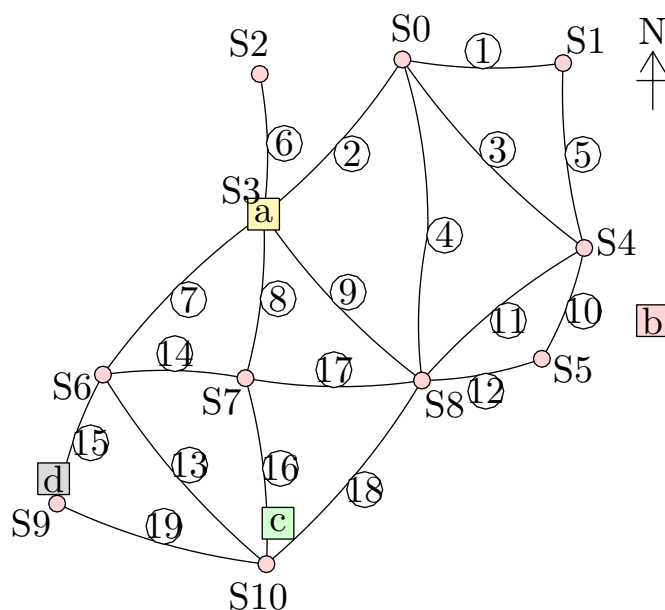




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① venelle du Chat	⑪ chemin de Ronde	S0 Carrefour du Moulin	a la poste
② allée des Tilleuls	⑫ rue de la Mairie	S1 Place du Marché	b la pharmacie
③ rue de l'Église	⑬ rue de la Poste	S2 Place aux Herbes	c la mairie
④ rue Verte	⑭ passage du Marché	S3 Carrefour du Lavoir	d l'église
⑤ rue des Lilas	⑮ chemin du Lavoir	S4 Rond-point du Pont	
⑥ impasse du Puits	⑯ quai aux Fleurs	S5 Place de la Fontaine	
⑦ sentier des Prés	⑰ rue du Puits	S6 Rond-point des Vaches	
⑧ avenue de la Gare	⑱ boulevard du Parc	S7 Rond-point de la Poste	
⑨ rue du Stade	⑲ rue du Moulin	S8 Carrefour des Quatre-Chemins	
⑩ rue Neuve		S9 Place Sainte-Croix	
		S10 Rond-point de la Gare	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°57

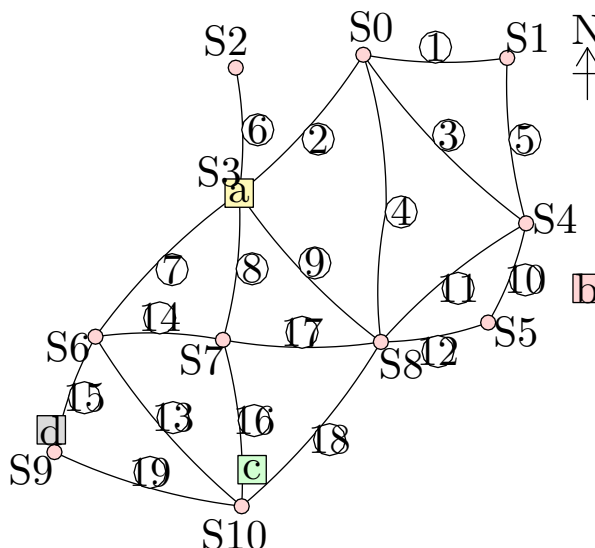


-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Nombre de rues	4	2	1	5	4	2	4	4	6	2	4
Parité	pair	pair	impair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $38 = 2 \times 19$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S2, S3 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S3**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, S2 et S3, et la poste est justement sur l'un des deux (S3). Il part donc de la poste et termine en S2, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°57



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour du Lavoir (S3), prend l'allée des Tilleuls ② vers le nord-est et atteint Carrefour du Moulin (S0).
 2. Il tourne à droite dans la venelle du Chat ①, vers l'est, jusqu'à Place du Marché (S1).
 3. Il tourne à droite dans la rue des Lilas ⑤, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Pont (S4).
 4. Il tourne à droite dans la rue de l'Église ③, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (S0).
 5. Il prend dans la rue Verte ④, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S8).
 6. Il tourne à droite dans la rue du Stade ⑨, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S3).
 7. Il tourne à gauche dans le sentier des Prés ⑦, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (S6).
 8. Il tourne à gauche dans la rue de la Poste ⑬, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Gare (S10).
 9. Il tourne à gauche dans le quai aux Fleurs ⑯, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Poste (S7).
 10. Il tourne à gauche dans le passage du Marché ⑭, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (S6).
 11. Il tourne à gauche dans le chemin du Lavoir ⑮, vers le sud, jusqu'à Place Sainte-Croix (S9).
 12. Il tourne à gauche dans la rue du Moulin ⑰, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Gare (S10).
 13. Il tourne à gauche dans le boulevard du Parc ⑱, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S8).
 14. Il continue tout droit dans le chemin de Ronde ⑪, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Pont (S4).
 15. Il tourne à droite dans la rue Neuve ⑩, vers le sud, jusqu'à Place de la Fontaine (S5).
 16. Il tourne à droite dans la rue de la Mairie ⑫, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S8).
 17. Il continue tout droit dans la rue du Puits ⑰, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (S7).
 18. Il tourne à droite dans l'avenue de la Gare ⑧, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S3).
 19. Il continue tout droit dans l'impasse du Puits ⑥, vers le nord, jusqu'à Place aux Herbes (S2).
- 4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en S2 ou en S3 : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.