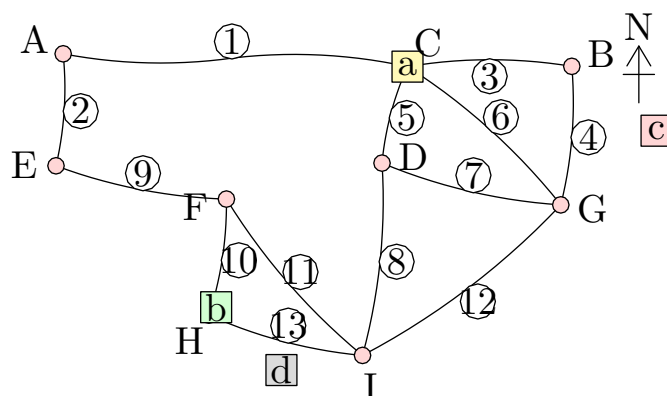


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① allée des Tilleuls	⑧ rue Neuve	Ⓐ Fontaine Notre-Dame	a la poste
② rue de l'Église	⑨ rue du Stade	Ⓑ Place du Marché	b la gendarmerie
③ avenue de la Gare	⑩ rue Haute	Ⓒ Rond-point de la Gare	c le marché couvert
④ venelle du Chat	⑪ rue Basse	Ⓓ Carrefour du Moulin	d le gymnase
⑤ chemin des Vignes	⑫ rue de la Poste	Ⓔ Place des Tanneurs	
⑥ allée des Peupliers	⑬ rue du Moulin	Ⓕ Rond-point du Pont	
⑦ rue des Écoles		Ⓖ Rond-point des Vaches	
		Ⓗ Place de l'Église	
		Ⓘ Carrefour Saint-Roch	

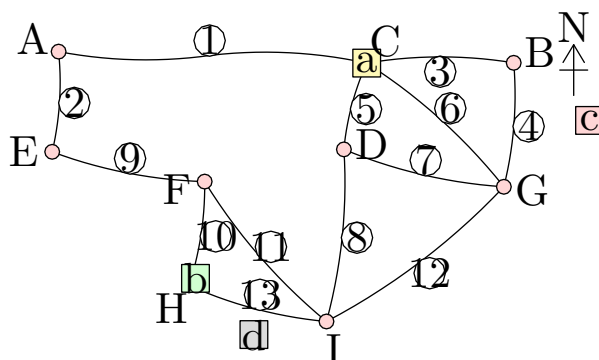
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste** ? Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	2	2	4	3	2	3	4	2	4
Parité	pair	pair	pair	impair	pair	impair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $26 = 2 \times 13$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : D, F — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **C**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, D et F : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **C**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de D à F. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°6



EULC0006

Ce parcours, en partant de D :

1. Il part de Carrefour du Moulin (D), prend le **chemin des Vignes** ⑤ vers le nord et atteint Rond-point de la Gare (C).
2. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ①, vers l'ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (A).
3. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ②, vers le sud, jusqu'à Place des Tanneurs (E).
4. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑨, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Pont (F).
5. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑩, vers le sud, jusqu'à Place de l'Église (H).
6. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ⑬, vers l'est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (I).
7. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ⑧, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Moulin (D).
8. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ⑦, vers l'est, jusqu'à Rond-point des Vaches (G).
9. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ④, vers le nord, jusqu'à Place du Marché (B).
10. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ③, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (C).
11. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑥, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (G).
12. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑫, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (I).
13. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ⑪, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (F).