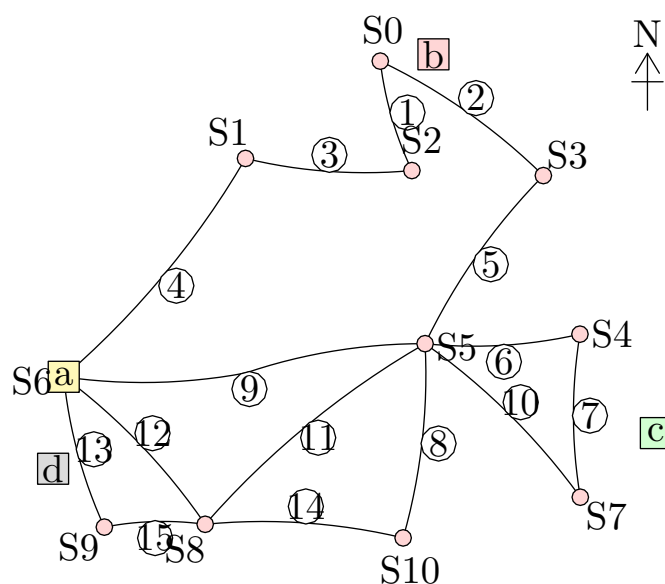


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① venelle du Chat	⑨ chemin des Vignes	S0 Place de l'Église	a la poste
② rue des Jardins	⑩ rue du Moulin	S1 Place du Vieux-Puits	b le lavoir
③ chemin de Ronde	⑪ rue Neuve	S2 Place des Tanneurs	c la gendarmerie
④ allée des Peupliers	⑫ rue de la Poste	S3 Place de la Fontaine	d l'église
⑤ chemin du Lavoir	⑬ allée des Tilleuls	S4 Place Sainte-Croix	
⑥ passage du Marché	⑭ rue des Écoles	S5 Carrefour de la Mairie	
⑦ rue du Stade	⑮ rue Verte	S6 Carrefour des Quatre-Chemins	
⑧ avenue de la Gare		S7 Coin du Lavoir	
		S8 Carrefour de l'Hôpital	
		S9 Fontaine Notre-Dame	
		S10 Placette des Ormes	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

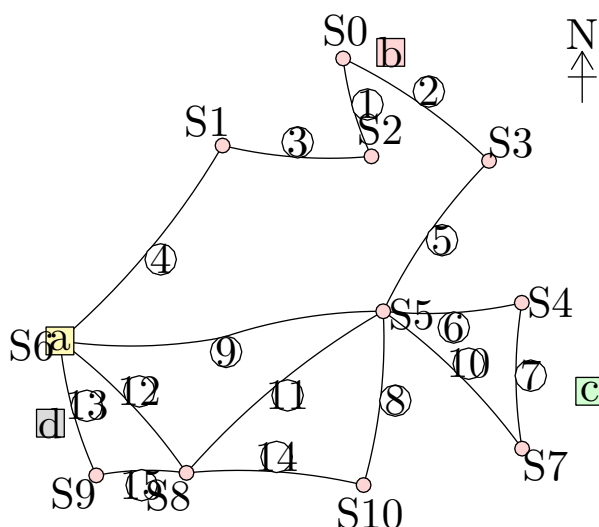
Problème — Fiche n°60



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Nombre de rues	2	2	2	2	2	6	4	2	4	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $30 = 2 \times 15$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S6**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°60



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour des Quatre-Chemins (S6), prend l'allée des Peupliers ④ vers le nord-est et atteint Place du Vieux-Puits (S1).
2. Il tourne à droite dans le chemin de Ronde ③, vers l'est, jusqu'à Place des Tanneurs (S2).
3. Il tourne à gauche dans la venelle du Chat ①, vers le nord, jusqu'à Place de l'Église (S0).
4. Il tourne à droite dans la rue des Jardins ②, vers le sud-est, jusqu'à Place de la Fontaine (S3).
5. Il tourne à droite dans le chemin du Lavoir ⑤, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S5).
6. Il tourne à gauche dans le passage du Marché ⑥, vers l'est, jusqu'à Place Sainte-Croix (S4).
7. Il tourne à droite dans la rue du Stade ⑦, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir (S7).
8. Il prend dans la rue du Moulin ⑩, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S5).
9. Il tourne à gauche dans l'avenue de la Gare ⑧, vers le sud, jusqu'à Placette des Ormes (S10).
10. Il tourne à droite dans la rue des Écoles ⑭, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S8).
11. Il tourne à droite dans la rue Neuve ⑪, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S5).
12. Il tourne à gauche dans le chemin des Vignes ⑨, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S6).
13. Il prend dans la rue de la Poste ⑫, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S8).
14. Il tourne à droite dans la rue Verte ⑮, vers l'ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S9).
15. Il tourne à droite dans l'allée des Tilleuls ⑬, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S6).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.