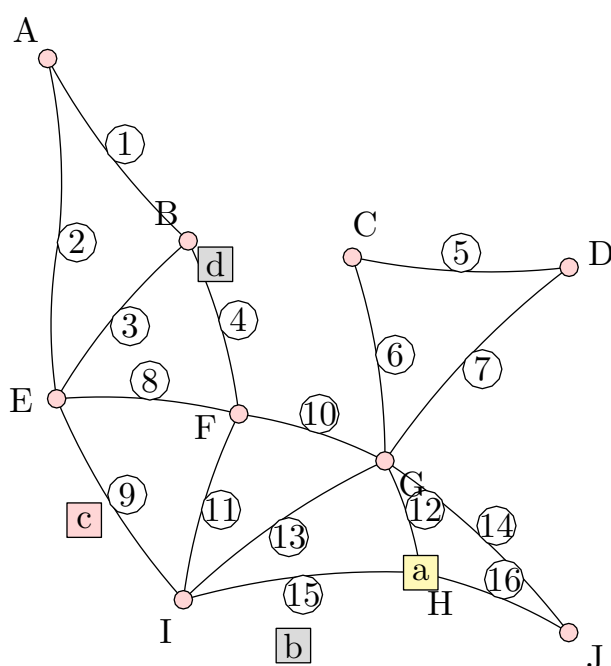


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Pont	⑨ avenue de la Gare	Ⓐ Placette des Ormes	a la poste
② chemin Creux	⑩ chemin des Vignes	Ⓑ Rond-point du Stade	b le stade
③ quai aux Fleurs	⑪ rue du Moulin	Ⓒ Place du Vieux-Puits	c la pharmacie
④ rue de l'Église	⑫ sentier des Prés	Ⓓ Place du Marché	d le cimetière
⑤ passage du Marché	⑬ venelle du Chat	Ⓔ Carrefour Saint-Roch	
⑥ allée des Tilleuls	⑭ allée des Peupliers	Ⓕ Rond-point de la Poste	
⑦ rue de la Poste	⑮ rue Pasteur	Ⓖ Carrefour des Tilleuls	
⑧ rue Verte	⑯ rue du Four	Ⓗ Carrefour de la Mairie	
		Ⓘ Carrefour du Lavoir	
		Ⓙ Place de l'Église	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°61

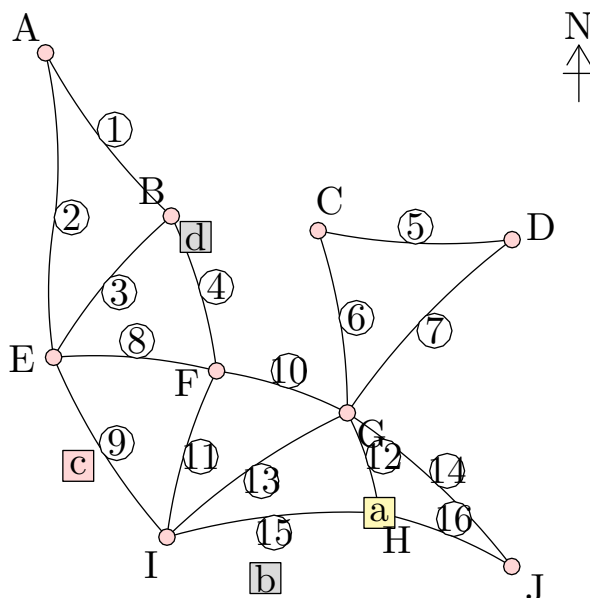


-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	3	2	2	4	4	6	3	4	2
Parité	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $32 = 2 \times 16$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : B, H — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **H**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, B et H, et la poste est justement sur l'un des deux (H). Il part donc de la poste et termine en B, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°61



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour de la Mairie (**H**), prend le **sentier des Prés** ⑫ vers le nord et atteint Carrefour des Tilleuls (**G**).
2. Il continue tout droit dans l'**allée des Tilleuls** ⑥, vers le nord, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**C**).
3. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ⑤, vers l'est, jusqu'à Place du Marché (**D**).
4. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑦, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**G**).
5. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (**F**).
6. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ④, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Stade (**B**).
7. Il continue tout droit dans la **rue du Pont** ①, vers le nord-ouest, jusqu'à Placette des Ormes (**A**).
8. Il prend dans le **chemin Creux** ②, vers le sud, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**E**).
9. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ⑧, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Poste (**F**).
10. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑪, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**I**).
11. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ⑬, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**G**).
12. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑭, vers le sud-est, jusqu'à Place de l'Église (**J**).
13. Il prend dans la **rue du Four** ⑯, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**H**).
14. Il continue tout droit dans la **rue Pasteur** ⑮, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**I**).
15. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ⑨, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**E**).
16. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ③, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**B**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en B ou en H : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.