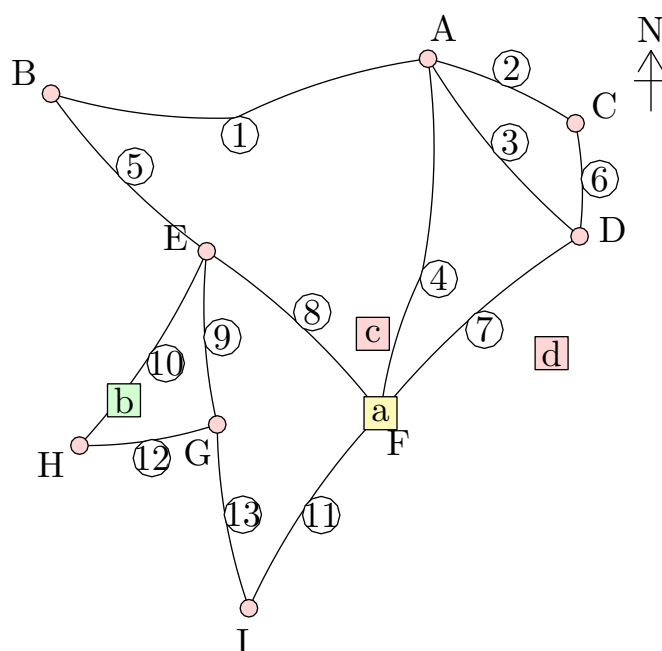




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① passage du Marché	⑧ rue Verte	Ⓐ Rond-point du Pont	a la poste
② chemin de Ronde	⑨ quai aux Fleurs	Ⓑ Place Sainte-Croix	b la mairie
③ chemin Creux	⑩ rue de la Poste	Ⓒ Place des Tanneurs	c la boulangerie
④ venelle du Chat	⑪ rue du Four	Ⓓ Carrefour des Quatre-Chemins	d le lavoir
⑤ rue des Écoles	⑫ rue de l'Église	Ⓔ Rond-point de la Gare	
⑥ allée des Tilleuls	⑬ rue du Puits	Ⓕ Carrefour du Lavoir	
⑦ chemin du Lavoir		Ⓖ Rond-point du Stade	
		Ⓗ Fontaine Notre-Dame	
		Ⓘ Place aux Herbes	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

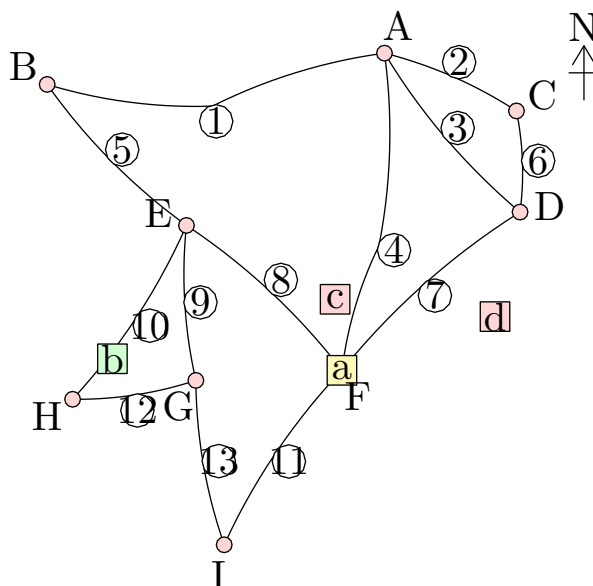
Problème — Fiche n°62



-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	4	2	2	3	4	4	3	2	2
Parité	pair	pair	pair	impair	pair	pair	impair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $26 = 2 \times 13$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : D, G — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **F**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, D et G : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **F**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de D à G. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°62



Ce parcours, en partant de D :

1. Il part de Carrefour des Quatre-Chemins (**D**), prend le **chemin Creux** ③ vers le nord-ouest et atteint Rond-point du Pont (**A**).
2. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix (**B**).
3. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑤, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Gare (**E**).
4. Il continue tout droit dans la **rue Verte** ⑧, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**F**).
5. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ④, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Pont (**A**).
6. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ②, vers le sud-est, jusqu'à Place des Tanneurs (**C**).
7. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑥, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**D**).
8. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑦, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**F**).
9. Il continue tout droit dans la **rue du Four** ⑪, vers le sud-ouest, jusqu'à Place aux Herbes (**I**).
10. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑬, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Stade (**G**).
11. Il continue tout droit dans le **quai aux Fleurs** ⑨, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Gare (**E**).
12. Il prend dans la **rue de la Poste** ⑩, vers le sud-ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**H**).
13. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ⑫, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Stade (**G**).