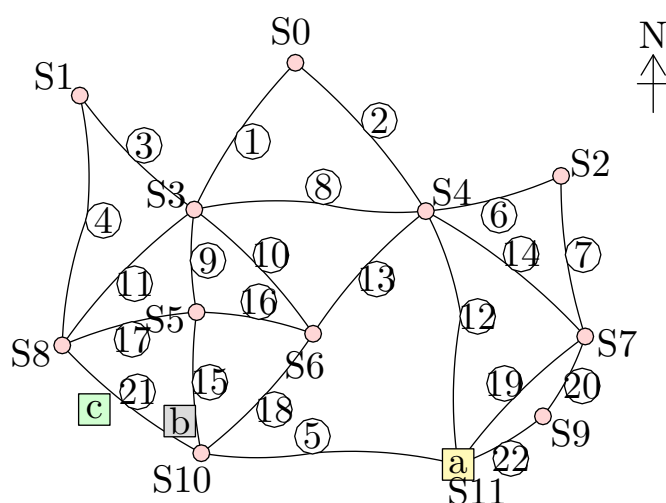


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Pasteur	⑫ rue des Jardins	S0 Place de la Fontaine	a la poste
② rue Verte	⑬ avenue de la Gare	S1 Fontaine Notre-Dame	b le cimetière
③ passage du Marché	⑭ venelle du Chat	S2 Place du Marché	c la salle des fêtes
④ rue Haute	⑮ boulevard du Parc	S3 Rond-point des Vaches	
⑤ chemin de Ronde	⑯ rue du Puits	S4 Carrefour du Lavoir	
⑥ allée des Peupliers	⑰ rue des Écoles	S5 Carrefour Saint-Roch	
⑦ chemin Creux	⑱ chemin du Lavoir	S6 Carrefour des Tilleuls	
⑧ sentier des Prés	⑲ allée des Tilleuls	S7 Rond-point de la Poste	
⑨ rue du Stade	⑳ rue du Pont	S8 Rond-point de la Gare	
⑩ rue Basse	21 rue des Lilas	S9 Placette des Ormes	
⑪ rue du Four	22 rue de l'Église	S10 Carrefour des Quatre-Chemins	
		S11 Carrefour du Moulin	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

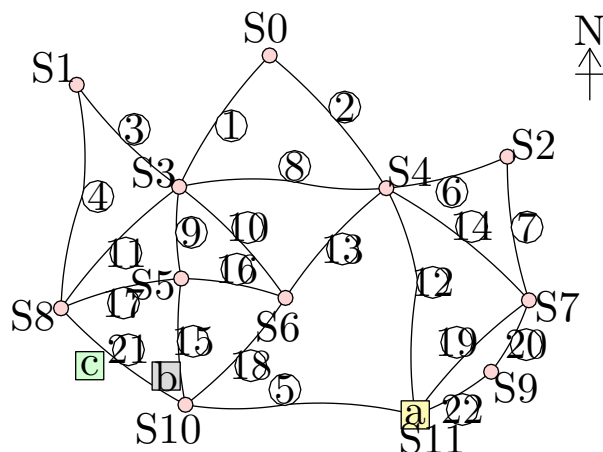
Problème — Fiche n°65



-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11
Nombre de rues	2	2	2	6	6	4	4	4	4	2	4	4
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $44 = 2 \times 22$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S11**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°65



EULC0065

Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour du Moulin (S11), prend le **chemin de Ronde** ⑤ vers l'ouest et atteint Carrefour des Quatre-Chemins (S10).
2. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑮, vers le nord, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S5).
3. Il continue tout droit dans la **rue du Stade** ⑨, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (S3).
4. Il continue tout droit dans la **rue Pasteur** ①, vers le nord-est, jusqu'à Place de la Fontaine (S0).
5. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ②, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S4).
6. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑥, vers l'est, jusqu'à Place du Marché (S2).
7. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ⑦, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Poste (S7).
8. Il prend dans la **venelle du Chat** ⑭, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S4).
9. Il continue tout droit dans le **sentier des Prés** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (S3).
10. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ③, vers le nord-ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S1).
11. Il prend dans la **rue Haute** ④, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Gare (S8).
12. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ⑪, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (S3).
13. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ⑩, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S6).
14. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑯, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S5).
15. Il continue tout droit dans la **rue des Écoles** ⑰, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (S8).
16. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** 21, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S10).
17. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ⑱, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S6).
18. Il continue tout droit dans l'**avenue de la Gare** ⑬, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S4).
19. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑫, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin (S11).
20. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑲, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (S7).
21. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑳, vers le sud-ouest, jusqu'à Placette des Ormes (S9).
22. Il continue tout droit dans la **rue de l'Église** 22, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (S11).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.