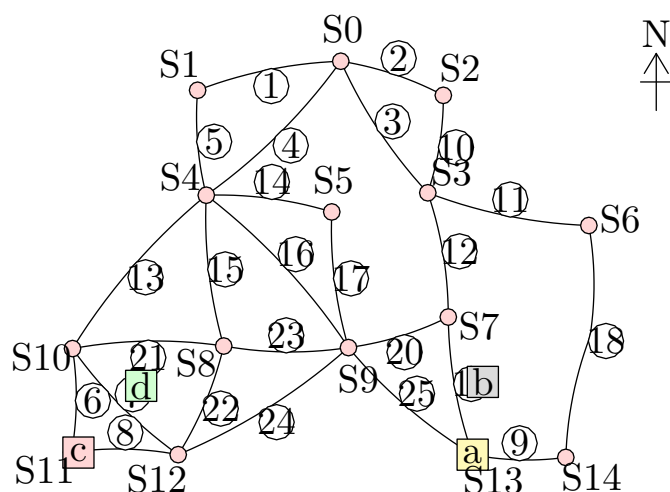


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Moulin	⑭ chemin Creux	S0 Carrefour Saint-Roch	a la poste
② rue du Four	⑮ rue des Jardins	S1 Place du Marché	b le stade
③ rue Neuve	⑯ passage du Marché	S2 Place de la Fontaine	c la pharmacie
④ rue de la Poste	⑰ chemin de Ronde	S3 Carrefour de la Mairie	d la salle des fêtes
⑤ rue du Puits	⑰ avenue de la Gare	S4 Carrefour du Lavoir	
⑥ rue Haute	⑱ rue Verte	S5 Fontaine Notre-Dame	
⑦ rue Basse	⑳ rue Pasteur	S6 Place aux Herbes	
⑧ boulevard du Parc	21 chemin des Vignes	S7 Rond-point de la Gare	
⑨ quai aux Fleurs	22 rue du Pont	S8 Carrefour de l'Hôpital	
⑩ rue des Lilas	23 rue de la Mairie	S9 Carrefour du Moulin	
⑪ rue des Écoles	24 sentier des Prés	S10 Carrefour des Quatre-Chemins	
⑫ chemin du Lavoir	25 allée des Tilleuls	S11 Placette des Ormes	
⑬ rue du Stade		S12 Carrefour des Tilleuls	
		S13 Rond-point du Pont	
		S14 Place Sainte-Croix	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°66

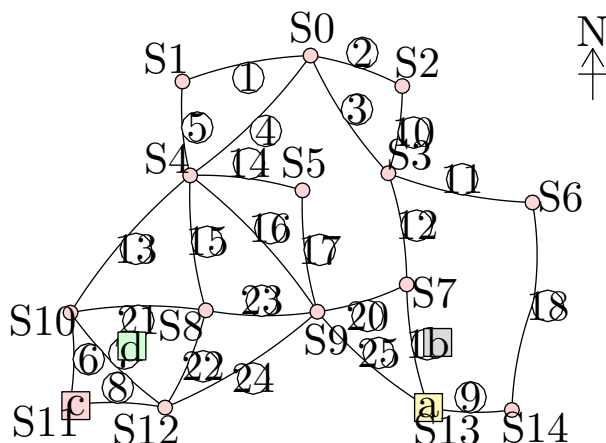


-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13
Nombre de rues	4	2	2	4	6	2	2	3	4	6	4	2	4	3
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	impair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $50 = 2 \times 25$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S7, S13 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S13**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, S7 et S13, et la poste est justement sur l'un des deux (S13). Il part donc de la poste et termine en S7, l'autre carrefour impair.



Voici une tournée possible :

1. Il part de Rond-point du Pont (**S13**), prend le **quai aux Fleurs** ⑨ vers l'est et atteint Place Sainte-Croix (**S14**).
2. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑱, vers le nord, jusqu'à Place aux Herbes (**S6**).
3. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑪, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S3**).
4. Il continue tout droit dans la **rue Neuve** ③, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**S0**).
5. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place du Marché (**S1**).
6. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑤, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**S4**).
7. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ④, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**S0**).
8. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ②, vers l'est, jusqu'à Place de la Fontaine (**S2**).
9. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑩, vers le sud, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S3**).
10. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ⑫, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Gare (**S7**).
11. Il continue tout droit dans la **rue Verte** ⑲, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Pont (**S13**).
12. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** 25, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S9**).
13. Il continue tout droit dans le **passage du Marché** ⑯, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**S4**).
14. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑬, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S10**).
15. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑥, vers le sud, jusqu'à Placette des Ormes (**S11**).
16. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑧, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**S12**).
17. Il prend dans la **rue Basse** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S10**).
18. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** 21, vers l'est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**S8**).
19. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑮, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**S4**).
20. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ⑭, vers l'est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**S5**).
21. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑰, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S9**).
22. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** 23, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**S8**).
23. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** 22, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**S12**).
24. Il tourne à gauche dans le **sentier des Prés** 24, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S9**).
25. Il continue tout droit dans la **rue Pasteur** ⑳, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Gare (**S7**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en S7 ou en S13 : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.