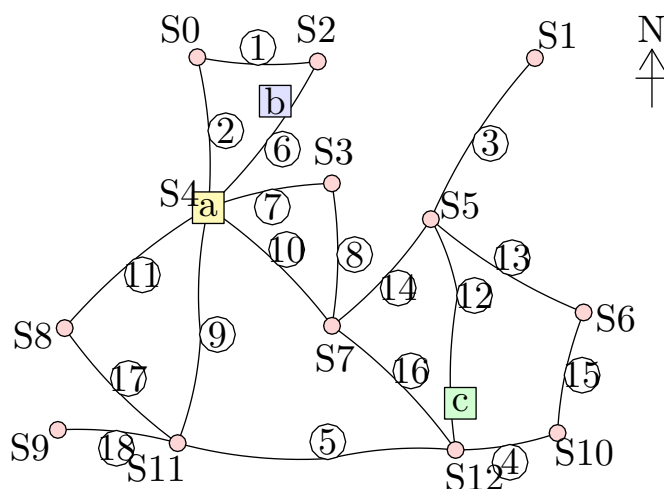


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① passage du Marché	⑩ allée des Tilleuls	S0 Place de la Fontaine	a la poste
② rue de la Poste	⑪ rue des Écoles	S1 Placette des Ormes	b l'école
③ impasse du Vieux-Four	⑫ rue de l'Église	S2 Fontaine Notre-Dame	c la mairie
④ rue Neuve	⑬ rue Verte	S3 Place du Marché	
⑤ rue des Lilas	⑭ allée des Peupliers	S4 Carrefour des Tilleuls	
⑥ avenue de la Gare	⑮ chemin Creux	S5 Carrefour du Lavoir	
⑦ rue du Pont	⑯ venelle du Chat	S6 Place du Vieux-Puits	
⑧ rue Haute	⑰ rue de la Mairie	S7 Carrefour du Moulin	
⑨ boulevard du Parc	⑱ impasse du Puits	S8 Coin du Lavoir	
		S9 Place aux Herbes	
		S10 Place des Tanneurs	
		S11 Carrefour des Quatre-Chemins	
		S12 Rond-point de la Poste	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°67

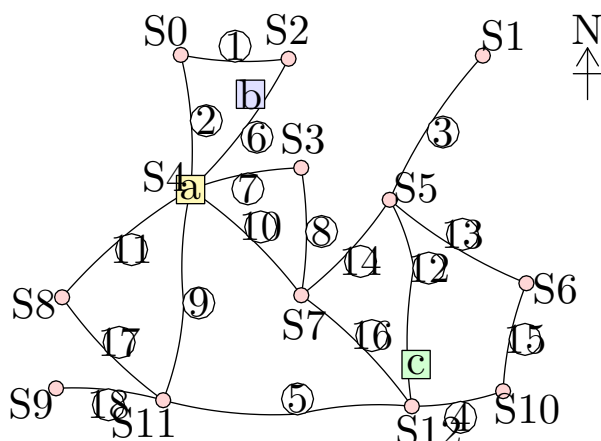


-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12
Nombre de rues	2	1	2	2	6	4	2	4	2	1	2	4	4
Parité	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $36 = 2 \times 18$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S1, S9 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S4**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, S1 et S9 : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **S4**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de S1 à S9. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°67



Ce parcours, en partant de S1 :

1. Il part de Placette des Ormes (S1), prend l'**impasse du Vieux-Four** ③ vers le sud-ouest et atteint Carrefour du Lavoir (S5).
2. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ⑫, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Poste (S12).
3. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ④, vers l'est, jusqu'à Place des Tanneurs (S10).
4. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑮, vers le nord, jusqu'à Place du Vieux-Puits (S6).
5. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ⑬, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S5).
6. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑭, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (S7).
7. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑧, vers le nord, jusqu'à Place du Marché (S3).
8. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ⑦, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S4).
9. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ②, vers le nord, jusqu'à Place de la Fontaine (S0).
10. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ①, vers l'est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S2).
11. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ⑥, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S4).
12. Il continue tout droit dans le **boulevard du Parc** ⑨, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S11).
13. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ⑤, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Poste (S12).
14. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ⑯, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (S7).
15. Il continue tout droit dans l'**allée des Tilleuls** ⑩, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S4).
16. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑪, vers le sud-ouest, jusqu'à Coin du Lavoir (S8).
17. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ⑰, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S11).
18. Il prend dans l'**impasse du Puits** ⑱, vers l'ouest, jusqu'à Place aux Herbes (S9).

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.