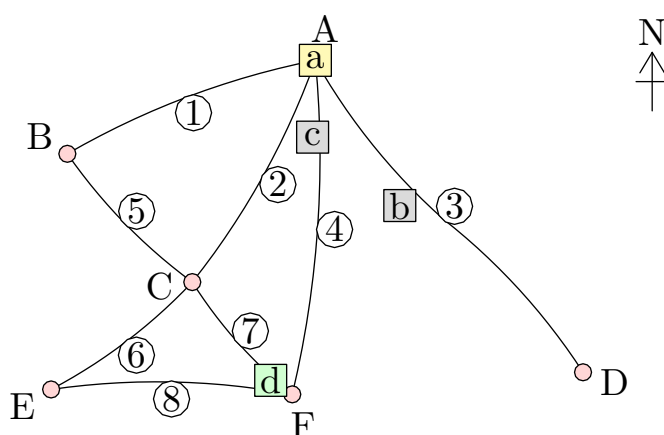


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue de la Mairie	⑤ passage du Marché	Ⓐ Carrefour du Moulin	a la poste
② rue du Pont	⑥ chemin du Lavoir	Ⓑ Place du Marché	b l'église
③ impasse du Puits	⑦ rue Verte	Ⓒ Carrefour de la Mairie	c le stade
④ rue Neuve	⑧ sentier des Prés	Ⓓ Place aux Herbes	d la mairie
		Ⓔ Place Sainte-Croix	
		Ⓕ Carrefour des Quatre-Chemins	

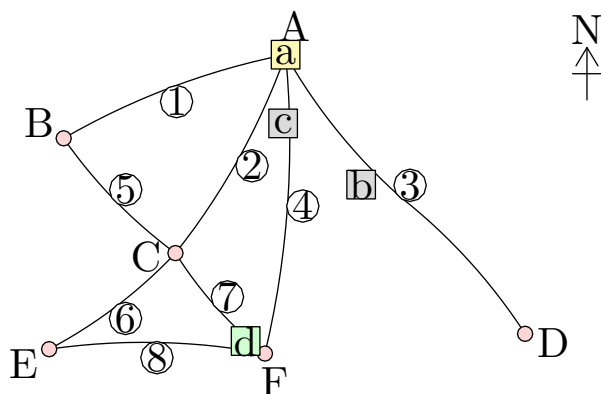
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F
Nombre de rues	4	2	4	1	2	3
Parité	pair	pair	pair	impair	pair	impair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $16 = 2 \times 8$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : D, F — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **A**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, D et F : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **A**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de D à F. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°72



Ce parcours, en partant de D :

1. Il part de Place aux Herbes **(D)**, prend l'**impasse du Puits** ③ vers le nord-ouest et atteint Carrefour du Moulin **(A)**.
2. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place du Marché **(B)**.
3. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ⑤, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(C)**.
4. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ②, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Moulin **(A)**.
5. Il prend dans la **rue Neuve** ④, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(F)**.
6. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(C)**.
7. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ⑥, vers le sud-ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix **(E)**.
8. Il prend dans le **sentier des Prés** ⑧, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(F)**.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.