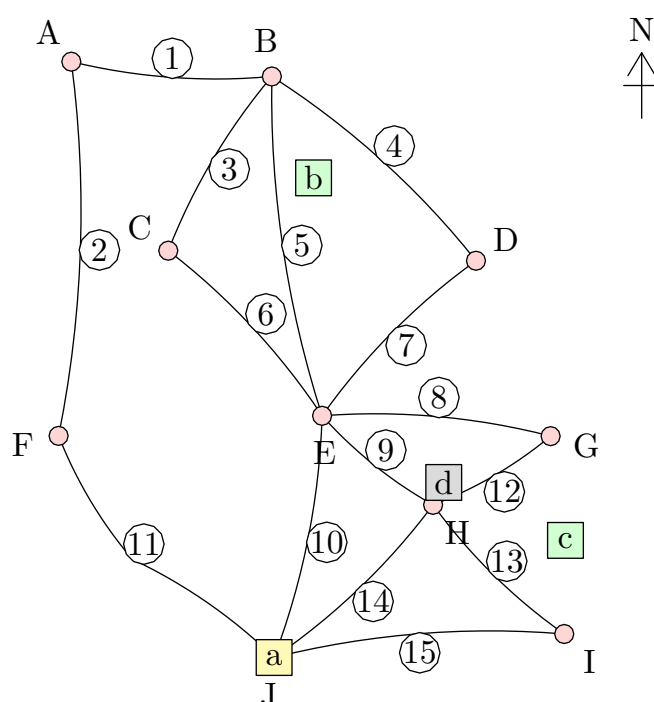


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① chemin des Vignes	⑨ rue de la Poste	Ⓐ Coin du Lavoir	a la poste
② chemin du Lavoir	⑩ venelle du Chat	Ⓑ Carrefour de l'Hôpital	b la mairie
③ chemin Creux	⑪ avenue de la Gare	Ⓒ Place du Marché	c la salle des fêtes
④ rue du Four	⑫ rue des Écoles	Ⓓ Place des Tanneurs	d le stade
⑤ rue du Puits	⑬ allée des Peupliers	Ⓔ Rond-point des Vaches	
⑥ quai aux Fleurs	⑭ allée des Tilleuls	Ⓕ Place de la Fontaine	
⑦ boulevard du Parc	⑮ sentier des Prés	Ⓖ Place Sainte-Croix	
⑧ rue Pasteur		Ⓗ Carrefour de la Mairie	
		Ⓘ Place aux Herbes	
		Ⓙ Rond-point de la Poste	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

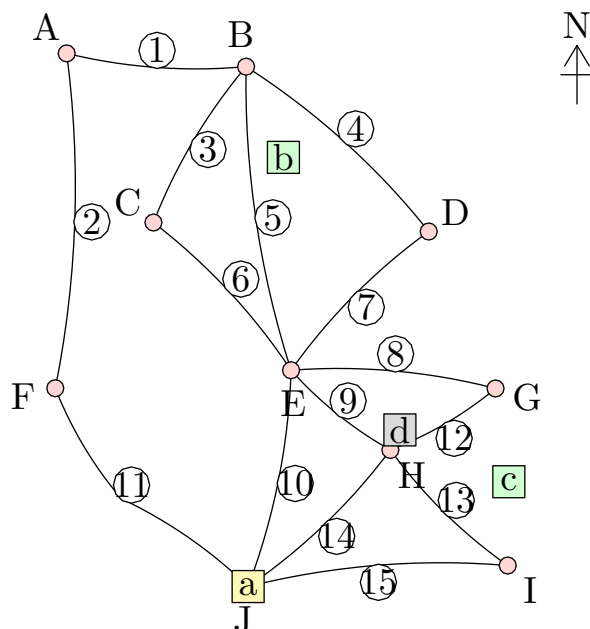
Problème — Fiche n°75



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	4	2	2	6	2	2	4	2	4
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $30 = 2 \times 15$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **J**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°75



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point de la Poste **(J)**, prend la **venelle du Chat** ⑩ vers le nord et atteint Rond-point des Vaches **(E)**.
2. Il continue tout droit dans la **rue du Puits** ⑤, vers le nord, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital **(B)**.
3. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ①, vers l'ouest, jusqu'à Coin du Lavoir **(A)**.
4. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ②, vers le sud, jusqu'à Place de la Fontaine **(F)**.
5. Il continue tout droit dans l'**avenue de la Gare** ⑪, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Poste **(J)**.
6. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑭, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(H)**.
7. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ⑨, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches **(E)**.
8. Il continue tout droit dans le **quai aux Fleurs** ⑥, vers le nord-ouest, jusqu'à Place du Marché **(C)**.
9. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ③, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital **(B)**.
10. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ④, vers le sud-est, jusqu'à Place des Tanneurs **(D)**.
11. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑦, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches **(E)**.
12. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ⑧, vers l'est, jusqu'à Place Sainte-Croix **(G)**.
13. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ⑫, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(H)**.
14. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑬, vers le sud-est, jusqu'à Place aux Herbes **(I)**.
15. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑮, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste **(J)**.

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.