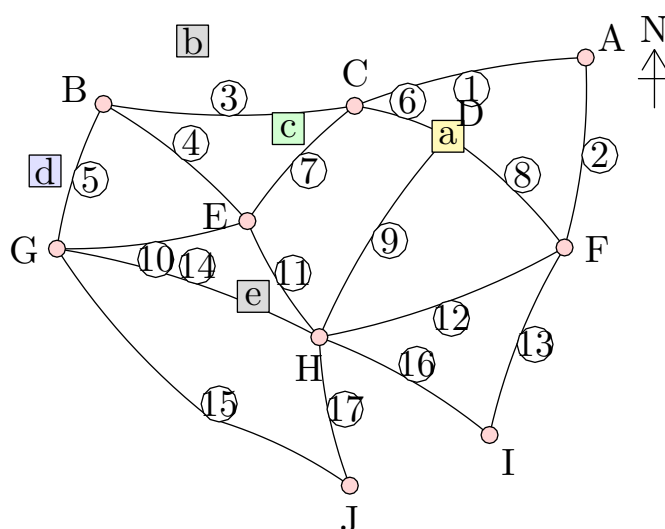


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① chemin des Vignes	⑩ chemin du Lavoir	Ⓐ Place Sainte-Croix	a la poste
② quai aux Fleurs	⑪ rue du Moulin	Ⓑ Rond-point de la Gare	b le stade
③ rue du Four	⑫ rue Haute	Ⓒ Carrefour Saint-Roch	c la bibliothèque
④ rue des Écoles	⑬ rue Neuve	Ⓓ Carrefour du Lavoir	d l'école
⑤ avenue de la Gare	⑭ chemin Creux	Ⓔ Carrefour de l'Hôpital	e l'église
⑥ rue de l'Église	⑮ allée des Peupliers	Ⓕ Carrefour des Tilleuls	
⑦ allée des Tilleuls	⑯ rue du Puits	Ⓖ Rond-point des Vaches	
⑧ rue des Lilas	⑰ rue des Jardins	Ⓖ Carrefour des Quatre-Chemins	
⑨ chemin de Ronde		Ⓘ Fontaine Notre-Dame	
		Ⓙ Place du Marché	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.



La tournée du facteur

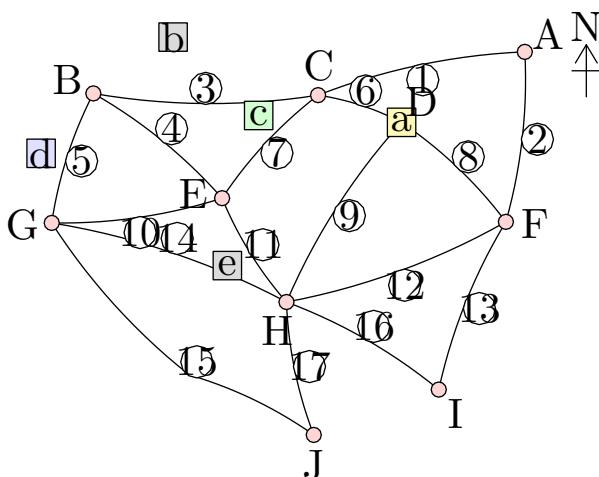
Problème — Fiche n°76



-
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	3	4	3	4	4	4	6	2	2
Parité	pair	impair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $34 = 2 \times 17$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : B, D — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **D**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, B et D, et la poste est justement sur l'un des deux (D). Il part donc de la poste et termine en B, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°76



EULC0076

Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour du Lavoir (D), prend la **rue de l'Église** ⑥ vers l'ouest et atteint Carrefour Saint-Roch (C).
2. Il prend dans le **chemin des Vignes** ①, vers l'est, jusqu'à Place Sainte-Croix (A).
3. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ②, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (F).
4. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑧, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (D).
5. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** ⑨, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (H).
6. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑪, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (E).
7. Il continue tout droit dans la **rue des Écoles** ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (B).
8. Il prend dans la **rue du Four** ③, vers l'est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (C).
9. Il prend dans l'**allée des Tilleuls** ⑦, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (E).
10. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (G).
11. Il prend dans le **chemin Creux** ⑭, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (H).
12. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑫, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (F).
13. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑬, vers le sud, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (I).
14. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑯, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (H).
15. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑰, vers le sud, jusqu'à Place du Marché (J).
16. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑮, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (G).
17. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ⑤, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Gare (B).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en B ou en D : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.