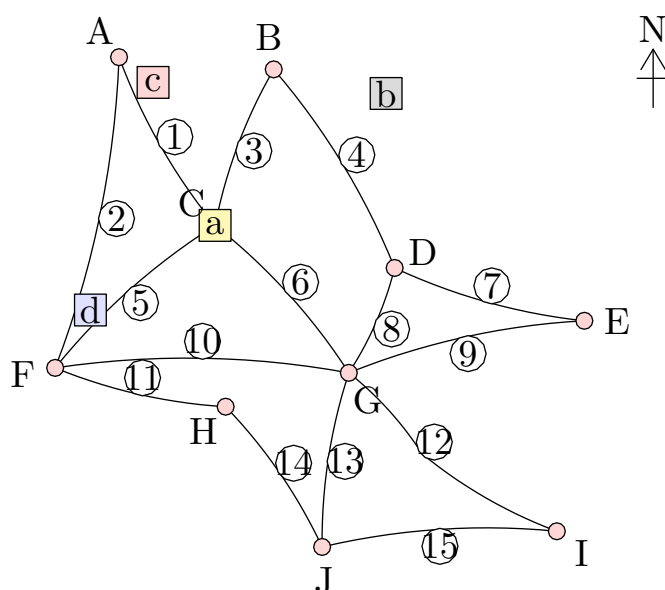


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Neuve	⑨ venelle du Chat	Ⓐ Place de la Fontaine	a la poste
② chemin de Ronde	⑩ rue Haute	Ⓑ Place de l'Église	b le gymnase
③ quai aux Fleurs	⑪ boulevard du Parc	Ⓒ Carrefour des Quatre-Chemins	c le lavoir
④ allée des Tilleuls	⑫ rue de la Mairie	Ⓓ Rond-point du Pont	d l'école
⑤ rue des Écoles	⑬ rue des Lilas	Ⓔ Place aux Herbes	
⑥ rue du Pont	⑭ avenue de la Gare	Ⓕ Carrefour des Tilleuls	
⑦ rue du Four	⑮ chemin du Lavoir	Ⓖ Carrefour du Moulin	
⑧ rue des Jardins		Ⓖ Place du Marché	
		① Coin du Lavoir	
		Ⓙ Rond-point des Vaches	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

- Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
- Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°77

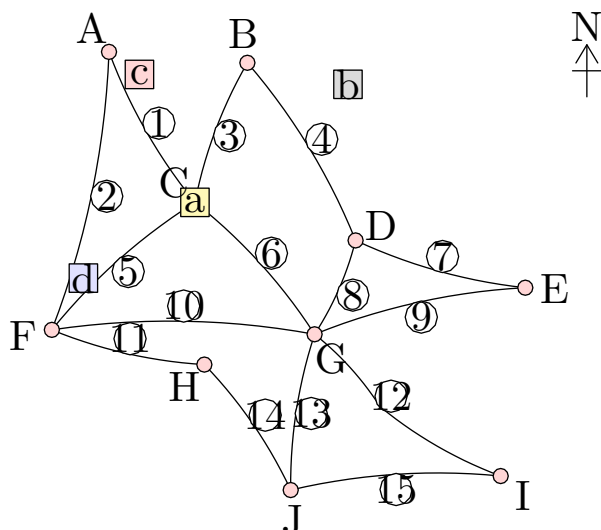


EULC0077

-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	2	4	3	2	4	6	2	2	3
Parité	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	impair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $30 = 2 \times 15$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : D, J — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en C, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, D et J : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en C, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de D à J. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°77



EULC0077

Ce parcours, en partant de D :

1. Il part de Rond-point du Pont (**D**), prend l'**allée des Tilleuls** ④ vers le nord-ouest et atteint Place de l'Église (**B**).
2. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ③, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**C**).
3. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ①, vers le nord-ouest, jusqu'à Place de la Fontaine (**A**).
4. Il prend dans le **chemin de Ronde** ②, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**F**).
5. Il prend dans la **rue des Écoles** ⑤, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**C**).
6. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑥, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour du Moulin (**G**).
7. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑧, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Pont (**D**).
8. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑦, vers l'est, jusqu'à Place aux Herbes (**E**).
9. Il prend dans la **venelle du Chat** ⑨, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (**G**).
10. Il continue tout droit dans la **rue Haute** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**F**).
11. Il prend dans le **boulevard du Parc** ⑪, vers l'est, jusqu'à Place du Marché (**H**).
12. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ⑭, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**J**).
13. Il prend dans la **rue des Lilas** ⑬, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Moulin (**G**).
14. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ⑫, vers le sud-est, jusqu'à Coin du Lavoir (**I**).
15. Il prend dans le **chemin du Lavoir** ⑮, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (**J**).