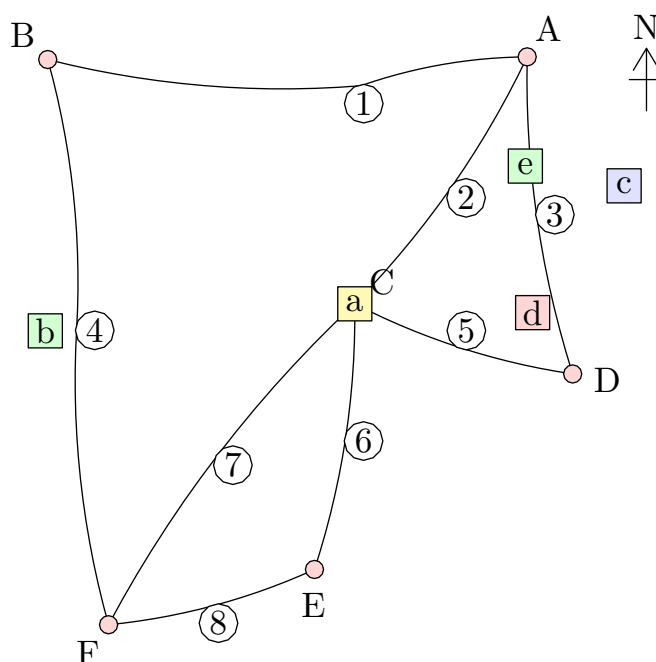




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① chemin des Vignes	⑤ rue Pasteur	Ⓐ Carrefour du Lavoir	a la poste
② passage du Marché	⑥ rue Basse	Ⓑ Place du Marché	b la bibliothèque
③ venelle du Chat	⑦ rue Haute	Ⓒ Carrefour des Quatre-Chemins	c l'école
④ chemin Creux	⑧ rue du Puits	Ⓓ Place aux Herbes	d la boulangerie
		Ⓔ Coin du Lavoir	e la gendarmerie
		Ⓕ Carrefour du Moulin	

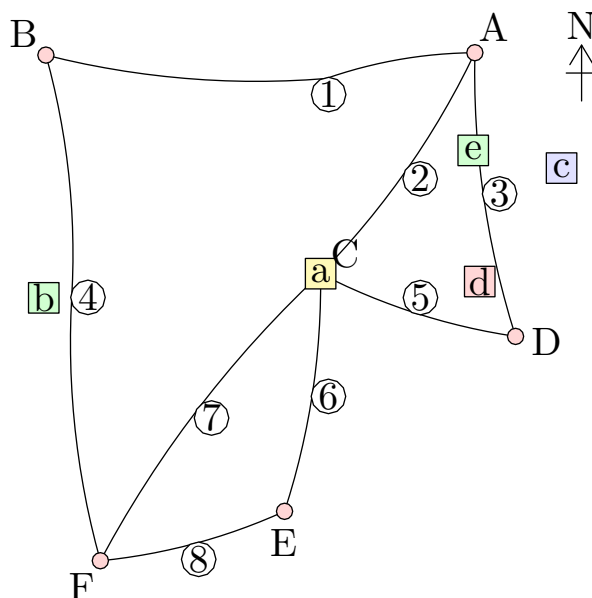
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F
Nombre de rues	3	2	4	2	2	3
Parité	impair	pair	pair	pair	pair	impair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $16 = 2 \times 8$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, F — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en C, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, A et F : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en C, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de A à F. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°81



EULC0081

Ce parcours, en partant de A :

1. Il part de Carrefour du Lavoir (**A**), prend le **chemin des Vignes** ① vers l'ouest et atteint Place du Marché (**B**).
2. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ④, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin (**F**).
3. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑦, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**C**).
4. Il continue tout droit dans le **passage du Marché** ②, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**A**).
5. Il prend dans la **venelle du Chat** ③, vers le sud, jusqu'à Place aux Herbes (**D**).
6. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**C**).
7. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑥, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir (**E**).
8. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (**F**).