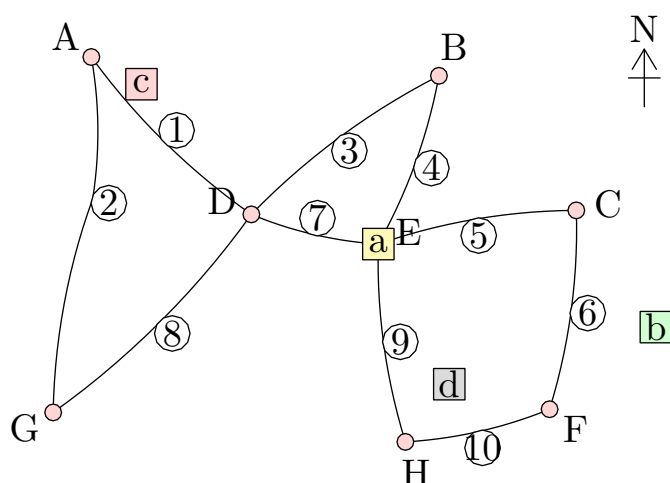




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

## La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

| Les rues           |                     | Les carrefours                 | Les bâtiments            |
|--------------------|---------------------|--------------------------------|--------------------------|
| ① quai aux Fleurs  | ⑥ chemin du Lavoir  | Ⓐ Place du Marché              | <b>a</b> la poste        |
| ② rue des Écoles   | ⑦ chemin des Vignes | Ⓑ Place de l'Église            | <b>b</b> la bibliothèque |
| ③ rue du Four      | ⑧ rue du Puits      | Ⓒ Place des Tanneurs           | <b>c</b> le lavoir       |
| ④ sentier des Prés | ⑨ rue du Moulin     | Ⓓ Carrefour Saint-Roch         | <b>d</b> le cimetière    |
| ⑤ rue Basse        | ⑩ rue du Pont       | Ⓔ Carrefour des Quatre-Chemins |                          |
|                    |                     | Ⓕ Place de la Fontaine         |                          |
|                    |                     | Ⓖ Place Sainte-Croix           |                          |
|                    |                     | Ⓗ Place du Vieux-Puits         |                          |

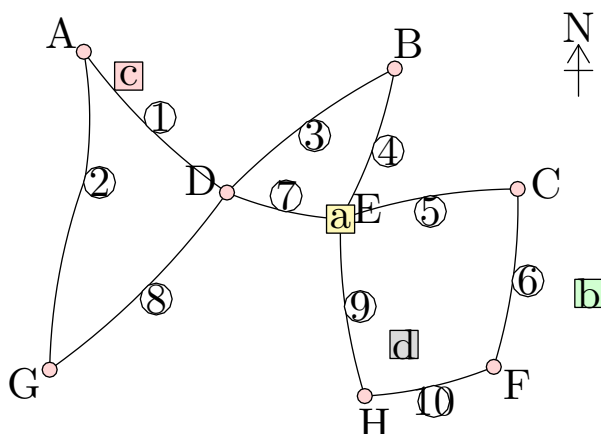
### Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

## Correction

### La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

| Carrefour      | A    | B    | C    | D    | E    | F    | G    | H    |
|----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Nombre de rues | 2    | 2    | 2    | 4    | 4    | 2    | 2    | 2    |
| Parité         | pair | pair | pair | pair | pair | pair | pair | pair |

Vérification : la somme de ces nombres vaut  $20 = 2 \times 10$ , car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

**Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.**

2.

**Le raisonnement clé.** Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

**Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».**

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **E**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

**Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.**



## La tournée du facteur

Problème — Fiche n°90



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour des Quatre-Chemins **(E)**, prend le **sentier des Prés** ④ vers le nord et atteint Place de l'Église **(B)**.
2. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ③, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch **(D)**.
3. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ①, vers le nord-ouest, jusqu'à Place du Marché **(A)**.
4. Il prend dans la **rue des Écoles** ②, vers le sud, jusqu'à Place Sainte-Croix **(G)**.
5. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑧, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch **(D)**.
6. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑦, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(E)**.
7. Il continue tout droit dans la **rue Basse** ⑤, vers l'est, jusqu'à Place des Tanneurs **(C)**.
8. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑥, vers le sud, jusqu'à Place de la Fontaine **(F)**.
9. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits **(H)**.
10. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑨, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(E)**.

4.

**La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.**