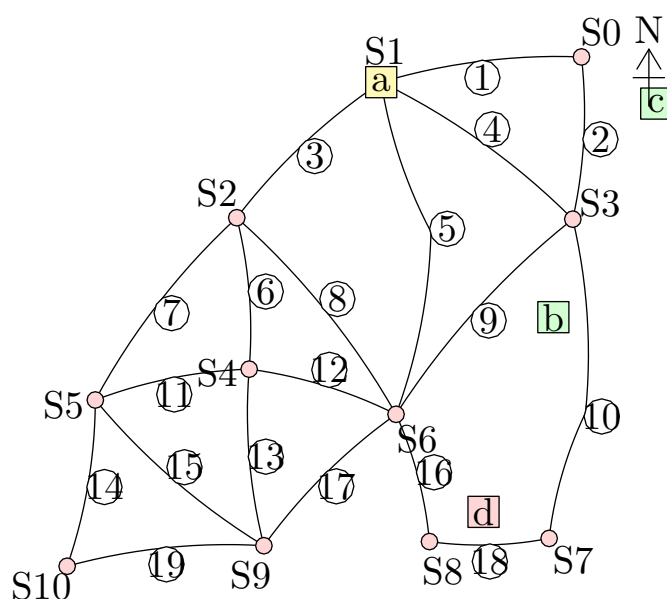


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue de l'Église	⑪ chemin Creux	S0 Place aux Herbes	a la poste
② allée des Tilleuls	⑫ quai aux Fleurs	S1 Rond-point du Stade	b la bibliothèque
③ rue Basse	⑬ venelle du Chat	S2 Carrefour de la Mairie	c la gendarmerie
④ rue Neuve	⑭ rue Haute	S3 Carrefour du Lavoir	d la boulangerie
⑤ boulevard du Parc	⑮ rue de la Poste	S4 Carrefour du Moulin	
⑥ passage du Marché	⑯ rue du Puits	S5 Rond-point de la Gare	
⑦ rue du Four	⑰ rue Verte	S6 Rond-point des Vaches	
⑧ avenue de la Gare	⑱ rue du Moulin	S7 Place des Tanneurs	
⑨ allée des Peupliers	⑲ rue des Lilas	S8 Fontaine Notre-Dame	
⑩ rue Pasteur		S9 Carrefour Saint-Roch	
		S10 Place Sainte-Croix	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

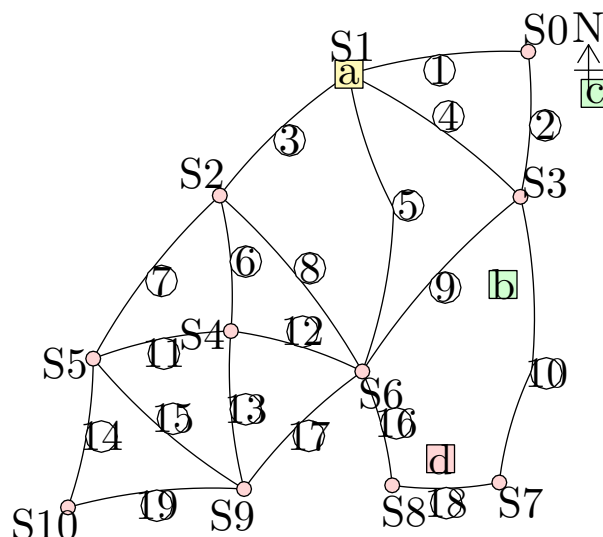
Problème — Fiche n°95



-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Nombre de rues	2	4	4	4	4	4	6	2	2	4	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $38 = 2 \times 19$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S1**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point du Stade (**S1**), prend la **rue de l'Église** ① vers l'est et atteint Place aux Herbes (**S0**).
2. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ②, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**S3**).
3. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**S1**).
4. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ③, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S2**).
5. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ⑥, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S4**).
6. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ⑪, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (**S5**).
7. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑦, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S2**).
8. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ⑧, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S6**).
9. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**S3**).
10. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑩, vers le sud, jusqu'à Place des Tanneurs (**S7**).
11. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑱, vers l'ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**S8**).
12. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑯, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S6**).
13. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑫, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S4**).
14. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ⑬, vers le sud, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**S9**).
15. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑮, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (**S5**).
16. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑭, vers le sud, jusqu'à Place Sainte-Croix (**S10**).
17. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ⑰, vers l'est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**S9**).
18. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ⑰, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S6**).
19. Il continue tout droit dans le **boulevard du Parc** ⑤, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Stade (**S1**).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.