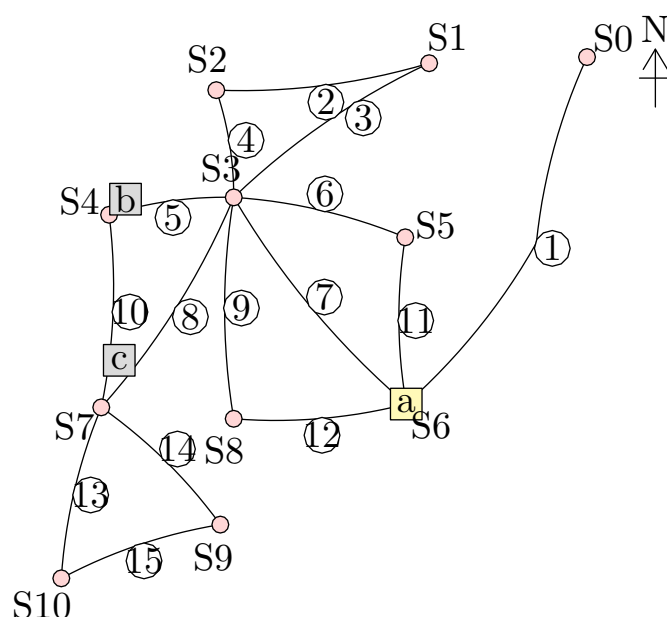


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① impasse du Puits	⑨ rue des Écoles	S0 Place du Vieux-Puits	a la poste
② rue des Jardins	⑩ chemin Creux	S1 Placette des Ormes	b le gymnase
③ allée des Peupliers	⑪ rue Verte	S2 Place de la Fontaine	c le stade
④ chemin du Lavoir	⑫ rue Neuve	S3 Rond-point des Vaches	
⑤ rue de la Poste	⑬ rue du Pont	S4 Place Sainte-Croix	
⑥ rue du Puits	⑭ rue Haute	S5 Fontaine Notre-Dame	
⑦ rue du Moulin	⑮ rue du Stade	S6 Carrefour des Tilleuls	
⑧ boulevard du Parc		S7 Rond-point du Pont	
		S8 Place aux Herbes	
		S9 Place des Tanneurs	
		S10 Place de l'Église	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

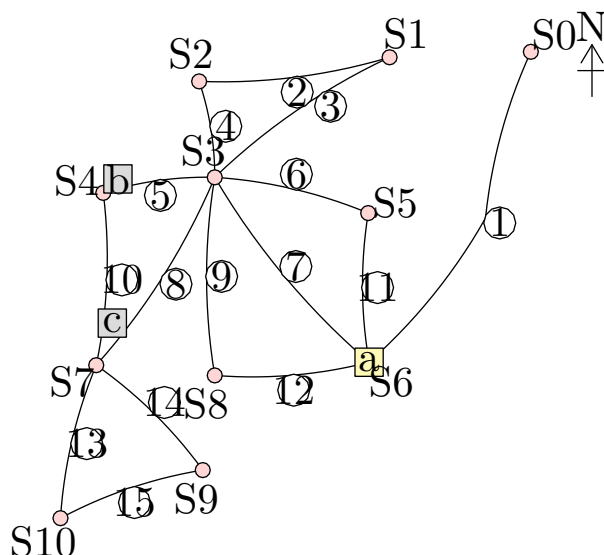
Problème — Fiche n°96



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Nombre de rues	1	2	2	7	2	2	4	4	2	2	2
Parité	impair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $30 = 2 \times 15$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S0, S3 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S6**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, S0 et S3 : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **S6**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de S0 à S3. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°96



Ce parcours, en partant de S0 :

1. Il part de Place du Vieux-Puits (**S0**), prend l'**impasse du Puits** ① vers le sud-ouest et atteint Carrefour des Tilleuls (**S6**).
2. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S3**).
3. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ③, vers le nord-est, jusqu'à Placette des Ormes (**S1**).
4. Il prend dans la **rue des Jardins** ②, vers l'ouest, jusqu'à Place de la Fontaine (**S2**).
5. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ④, vers le sud, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S3**).
6. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix (**S4**).
7. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑩, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Pont (**S7**).
8. Il continue tout droit dans la **rue du Pont** ⑬, vers le sud, jusqu'à Place de l'Église (**S10**).
9. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑮, vers l'est, jusqu'à Place des Tanneurs (**S9**).
10. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑭, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (**S7**).
11. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑧, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S3**).
12. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑥, vers l'est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**S5**).
13. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ⑪, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**S6**).
14. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑫, vers l'ouest, jusqu'à Place aux Herbes (**S8**).
15. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ⑨, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S3**).

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.