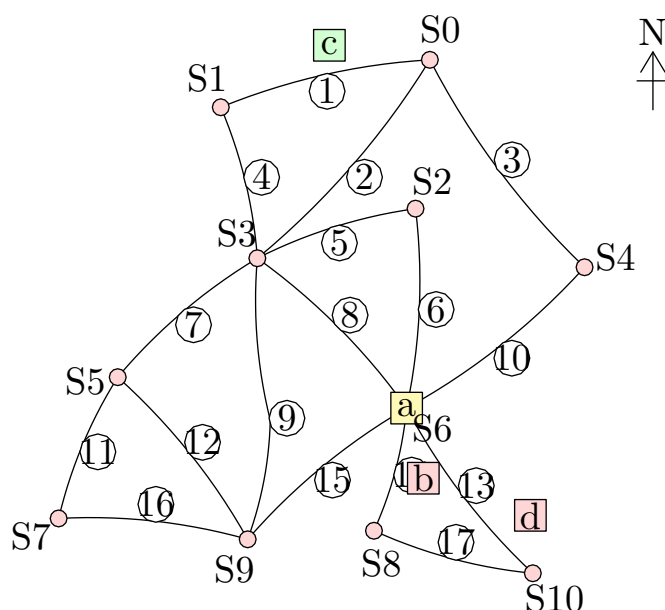


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue des Jardins	⑩ venelle du Chat	S0 Rond-point du Stade	a la poste
② rue du Four	⑪ rue du Moulin	S1 Place des Tanneurs	b la boulangerie
③ allée des Peupliers	⑫ chemin de Ronde	S2 Place aux Herbes	c la bibliothèque
④ rue Verte	⑬ rue Pasteur	S3 Carrefour des Tilleuls	d le lavoir
⑤ quai aux Fleurs	⑭ allée des Tilleuls	S4 Place du Marché	
⑥ chemin Creux	⑮ rue de la Poste	S5 Carrefour Saint-Roch	
⑦ rue du Stade	⑯ rue Haute	S6 Carrefour du Moulin	
⑧ rue des Écoles	⑰ sentier des Prés	S7 Place du Vieux-Puits	
⑨ rue de l'Église		S8 Place de la Fontaine	
		S9 Carrefour du Lavoir	
		S10 Coin du Lavoir	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

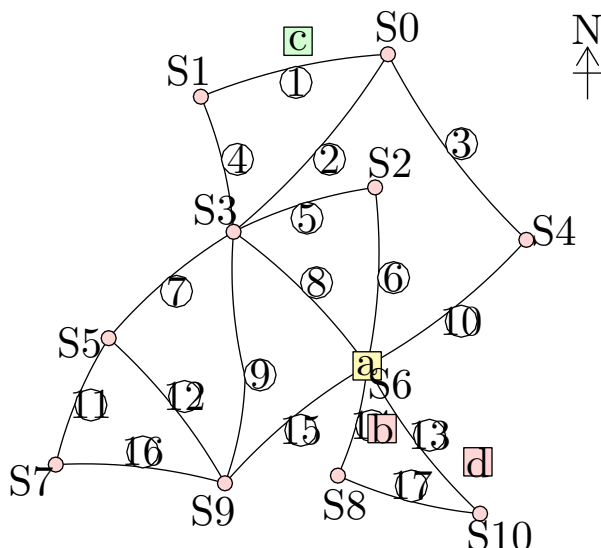
Problème — Fiche n°97



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Nombre de rues	3	2	2	6	2	3	6	2	2	4	2
Parité	impair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $34 = 2 \times 17$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S0, S5 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en S6, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, S0 et S5 : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en S6, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de S0 à S5. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°97



Ce parcours, en partant de S0 :

1. Il part de Rond-point du Stade (S0), prend la **rue des Jardins** ① vers l'ouest et atteint Place des Tanneurs (S1).
2. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ④, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S3).
3. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ②, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade (S0).
4. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ③, vers le sud-est, jusqu'à Place du Marché (S4).
5. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑩, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (S6).
6. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ⑥, vers le nord, jusqu'à Place aux Herbes (S2).
7. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S3).
8. Il continue tout droit dans la **rue du Stade** ⑦, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S5).
9. Il continue tout droit dans la **rue du Moulin** ⑪, vers le sud-ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (S7).
10. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑯, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S9).
11. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ⑨, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S3).
12. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ⑧, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour du Moulin (S6).
13. Il continue tout droit dans la **rue Pasteur** ⑬, vers le sud-est, jusqu'à Coin du Lavoir (S10).
14. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑰, vers l'ouest, jusqu'à Place de la Fontaine (S8).
15. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑭, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Moulin (S6).
16. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ⑮, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S9).
17. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑫, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S5).