



1. **Combien de dominos** faudrait-il exactement ? Que se passe-t-il si ce nombre n'est pas entier ?
2. On colorie le damier comme un vrai échiquier, en alternant deux couleurs. **Combien reste-t-il de cases de chaque couleur ?** Que recouvre un domino, en termes de couleurs ?
3. **Le recouvrement est-il possible ?** Si oui, en proposer un. Si non, le **démontrer**.



Correction

Le damier mutilé — Correction

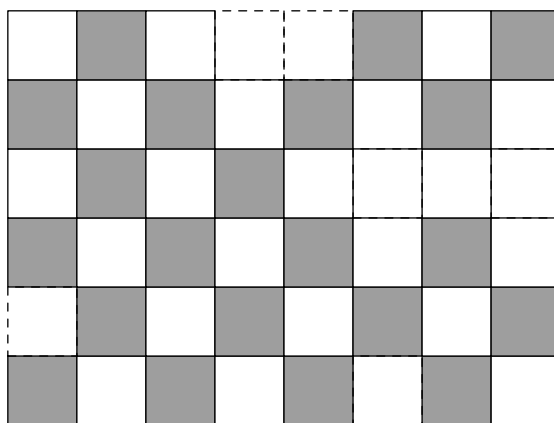
L'idée maîtresse. Montrer qu'un pavage existe est facile : il suffit d'en exhiber un. Montrer qu'il n'en existe **aucun** est d'une autre nature — on ne peut pas essayer toutes les dispositions. Il faut trouver une **quantité qui ne change jamais** quand on pose un domino, et constater qu'elle interdit la situation voulue.

1. Le damier complet compte $8 \times 6 = 48$ cases, dont on retire 6 : il en reste **42**.

Nombre de dominos nécessaires : $\frac{42}{2} = 21$

Il faudrait exactement 21 dominos — le compte tombe juste, rien ne s'oppose encore au pavage.

2. Colorions le damier :



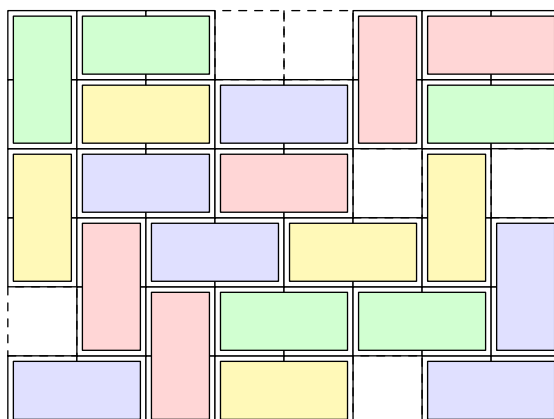
Le damier colorié comme un échiquier.

Il reste 21 cases sombres et 21 cases claires.

Ce que fait un domino. Deux cases voisines n'ont jamais la même couleur sur un damier. Donc **tout domino couvre exactement une case sombre et une case claire** — c'est vrai quelle que soit sa position, horizontale ou verticale. C'est l'invariant cherché.

3.

C'est possible. En voici un recouvrement, avec les 21 dominos :



Un recouvrement possible (les couleurs distinguent les dominos les uns des autres).

Il existe en général **plusieurs** recouvrements : celui-ci n'est qu'une solution parmi d'autres. Pour cette question, en exhiber un seul suffit — c'est toute la différence avec une preuve d'impossibilité, qui doit, elle, valoir pour toutes les dispositions à la fois.



Le damier mutilé

Problème — Fiche n°53



À retenir. Pour prouver qu'une construction est impossible, on cherche une quantité que chaque étape laisse inchangée — ici, l'écart entre le nombre de cases sombres et claires, qu'un domino ne modifie jamais. Ce raisonnement par invariant sert bien au-delà des dominos.