



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°123



Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Retrancher 3.
3. Multiplier par 2.
4. Ajouter 14.
5. Ajouter le double du nombre choisi.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **8**, puis au nombre **19**.
2. Les deux résultats sont-ils des multiples de **4** ?
3. Démonstre que le résultat est **toujours** un multiple de 4, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 8	avec 19
Nombre choisi	8	19
Retranche 3	5	16
Multiplie par 2	10	32
Ajoute 14	24	46
Ajoute le double du nombre choisi	40	84

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle n le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : n

Retranche 3 : $n - 3$

Multiplie par 2 : $2n - 6$

Ajoute 14 : $2n + 8$

Ajoute le double du nombre choisi : $4n + 8$

Le résultat est toujours un multiple de 4.

L'expression finale est $4n + 8$. On met 4 en facteur :

$$4n + 8 = 4(n + 2)$$

Or n est un nombre entier, donc $n + 2$ en est un aussi : le résultat s'écrit $4 \times (\text{un entier})$, c'est donc un multiple de 4.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n .