



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°135



Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Multiplie par 6.
3. Ajoute 5.
4. Ajoute le quadruple du nombre choisi.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **2**, puis au nombre **12**.
2. Les deux résultats sont-ils des multiples de **5** ?
3. Démonstre que le résultat est **toujours** un multiple de 5, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.



Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 2	avec 12
Nombre choisi	2	12
Multiplie par 6	12	72
Ajoute 5	17	77
Ajoute le quadruple du nombre choisi	25	125

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle n le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : n

Multiplie par 6 : $6n$

Ajoute 5 : $6n + 5$

Ajoute le quadruple du nombre choisi : $10n + 5$

Le résultat est toujours un multiple de 5.

L'expression finale est $10n + 5$. On met 5 en facteur :

$$10n + 5 = 5(2n + 1)$$

Or n est un nombre entier, donc $2n + 1$ en est un aussi : le résultat s'écrit $5 \times (\text{un entier})$, c'est donc un multiple de 5.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n .