



# Le programme de calcul

Problème — Fiche n°154



Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler  $n$  le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

## Le programme de calcul

Voici **deux** programmes de calcul :

### Programme A

1. Choisis un nombre.
2. Multiplie par 2.
3. Ajoute 1.

### Programme B

1. Choisis un nombre.
2. Ajoute 2.
3. Multiplie par 2.
4. Retranché 3.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique les deux programmes au nombre **5**, puis au nombre **10**.
2. Que remarques-tu ?
3. Démonstre que les deux programmes donnent **toujours** le même résultat.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

## Correction

### Le programme de calcul — Correction

1. Programme A :

| Étape           | avec 5 | avec 10 |
|-----------------|--------|---------|
| Nombre choisi   | 5      | 10      |
| Multiplie par 2 | 10     | 20      |
| Ajoute 1        | 11     | 21      |

Programme B :

| Étape           | avec 5 | avec 10 |
|-----------------|--------|---------|
| Nombre choisi   | 5      | 10      |
| Ajoute 2        | 7      | 12      |
| Multiplie par 2 | 14     | 24      |
| Retranche 3     | 11     | 21      |

2. Les deux programmes donnent le même résultat sur les nombres essayés.

3. Deux essais ne prouvent rien. On reprend chaque programme avec la lettre **n** :

On appelle **n** le nombre choisi et on refait le programme A avec la lettre :

Nombre choisi : **n**

Multiplie par 2 : **2n**

Ajoute 1 : **2n + 1**

On appelle **n** le nombre choisi et on refait le programme B avec la lettre :

Nombre choisi : **n**

Ajoute 2 : **n + 2**

Multiplie par 2 : **2n + 4**

Retranche 3 : **2n + 1**

Les deux programmes aboutissent à la même expression, **2n + 1** : ils donnent donc le même résultat pour n'importe quel nombre choisi.

**Ce qui est réellement démontré.** Ce n'est pas que les deux programmes se ressemblent, c'est qu'ils sont **égaux pour tout nombre** — y compris négatif ou décimal. Le calcul littéral dit en une ligne ce qu'aucune liste d'essais ne pourrait établir.