



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°171



PCAL0171

Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Multiplie par 5.
3. Ajoute le triple du nombre choisi.
4. Ajoute 14.
5. Ajoute le double du nombre choisi.
6. Ajoute 1.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **4**, puis au nombre **22**.
2. Les deux résultats sont-ils des multiples de **5** ?
3. Démonstre que le résultat est **toujours** un multiple de 5, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 4	avec 22
Nombre choisi	4	22
Multiplie par 5	20	110
Ajoute le triple du nombre choisi	32	176
Ajoute 14	46	190
Ajoute le double du nombre choisi	54	234
Ajoute 1	55	235

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle n le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : n

Multiplie par 5 : $5n$

Ajoute le triple du nombre choisi : $8n$

Ajoute 14 : $8n + 14$

Ajoute le double du nombre choisi : $10n + 14$

Ajoute 1 : $10n + 15$

Le résultat est toujours un multiple de 5.

L'expression finale est $10n + 15$. On met 5 en facteur :

$$10n + 15 = 5(2n + 3)$$

Or n est un nombre entier, donc $2n + 3$ en est un aussi : le résultat s'écrit $5 \times (\text{un entier})$, c'est donc un multiple de 5.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n .