



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°183



PCAL0183

Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Ajoute 14.
3. Ajoute le nombre choisi.
4. Multiplie par 4.
5. Ajoute le nombre choisi.
6. Ajoute 1.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **3**, puis au nombre **16**.
2. Les deux résultats sont-ils des multiples de **3** ?
3. Démonstre que le résultat est **toujours** un multiple de 3, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.



Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 3	avec 16
Nombre choisi	3	16
Ajoute 14	17	30
Ajoute le nombre choisi	20	46
Multiplie par 4	80	184
Ajoute le nombre choisi	83	200
Ajoute 1	84	201

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle n le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : n

Ajoute 14 : $n + 14$

Ajoute le nombre choisi : $2n + 14$

Multiplie par 4 : $8n + 56$

Ajoute le nombre choisi : $9n + 56$

Ajoute 1 : $9n + 57$

Le résultat est toujours un multiple de 3.

L'expression finale est $9n + 57$. On met 3 en facteur :

$$9n + 57 = 3(3n + 19)$$

Or n est un nombre entier, donc $3n + 19$ en est un aussi : le résultat s'écrit $3 \times (\text{un entier})$, c'est donc un multiple de 3.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n .