



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°198



PCAL0198

Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Retranche 15.
3. Retranche le double du nombre choisi.
4. Ajoute 3.
5. Multiplie par 4.
6. Ajoute le quadruple du nombre choisi.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **6**, puis au nombre **22**.
2. Que remarques-tu ? Essaie avec un troisième nombre de ton choix.
3. Démonstre que le résultat est **toujours le même**, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 6	avec 22
Nombre choisi	6	22
Retranche 15	−9	7
Retranche le double du nombre choisi	−21	−37
Ajoute 3	−18	−34
Multiplie par 4	−72	−136
Ajoute le quadruple du nombre choisi	−48	−48

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle n le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : n

Retranche 15 : $n - 15$

Retranche le double du nombre choisi : $-n - 15$

Ajoute 3 : $-n - 12$

Multiplie par 4 : $-4n - 48$

Ajoute le quadruple du nombre choisi : -48

Le résultat est toujours -48 , quel que soit le nombre choisi.

L'expression finale est -48 : la lettre n a disparu. C'est exactement ce que veut dire « le résultat ne dépend pas du nombre choisi » — et aucun essai numérique, si nombreux soit-il, ne pouvait l'établir.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n .