



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°219



PCAL0219

Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Retranches le triple du nombre choisi.
3. Multiplie par 4.
4. Retranches 14.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **2**, puis au nombre **22**.
2. Les deux résultats sont-ils des multiples de **2** ?
3. Démonstre que le résultat est **toujours** un multiple de 2, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 2	avec 22
Nombre choisi	2	22
Retranche le triple du nombre choisi	−4	−44
Multiplie par 4	−16	−176
Retranche 14	−30	−190

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle n le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : n

Retranche le triple du nombre choisi : $-2n$

Multiplie par 4 : $-8n$

Retranche 14 : $-8n - 14$

Le résultat est toujours un multiple de 2.

L'expression finale est $-8n - 14$. On met 2 en facteur :

$$-8n - 14 = 2(-4n - 7)$$

Or n est un nombre entier, donc $-4n - 7$ en est un aussi : le résultat s'écrit $2 \times (\text{un entier})$, c'est donc un multiple de 2.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n .