



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°22



PCAL0022

Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici **deux** programmes de calcul :

Programme A

1. Choisis un nombre.
2. Multiplie par 3.
3. Ajoute 1.

Programme B

1. Choisis un nombre.
2. Ajoute 3.
3. Multiplie par 3.
4. Retranche 8.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique les deux programmes au nombre **2**, puis au nombre **18**.
2. Que remarques-tu ?
3. Démonstre que les deux programmes donnent **toujours** le même résultat.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. Programme A :

Étape	avec 2	avec 18
Nombre choisi	2	18
Multiplie par 3	6	54
Ajoute 1	7	55

Programme B :

Étape	avec 2	avec 18
Nombre choisi	2	18
Ajoute 3	5	21
Multiplie par 3	15	63
Retranche 8	7	55

2. Les deux programmes donnent le même résultat sur les nombres essayés.

3. Deux essais ne prouvent rien. On reprend chaque programme avec la lettre **n** :

On appelle **n** le nombre choisi et on refait le programme A avec la lettre :

Nombre choisi : **n**

Multiplie par 3 : **3n**

Ajoute 1 : **3n + 1**

On appelle **n** le nombre choisi et on refait le programme B avec la lettre :

Nombre choisi : **n**

Ajoute 3 : **n + 3**

Multiplie par 3 : **3n + 9**

Retranche 8 : **3n + 1**

Les deux programmes aboutissent à la même expression, **3n + 1** : ils donnent donc le même résultat pour n'importe quel nombre choisi.

Ce qui est réellement démontré. Ce n'est pas que les deux programmes se ressemblent, c'est qu'ils sont **égaux pour tout nombre** — y compris négatif ou décimal. Le calcul littéral dit en une ligne ce qu'aucune liste d'essais ne pourrait établir.