



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°238



PCAL0238

Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici **deux** programmes de calcul :

Programme A

1. Choisis un nombre.
2. Multiplie par 3.
3. Ajoute 1.

Programme B

1. Choisis un nombre.
2. Ajoute 6.
3. Multiplie par 3.
4. Retranche 17.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique les deux programmes au nombre **8**, puis au nombre **17**.
2. Que remarques-tu ?
3. Démonstre que les deux programmes donnent **toujours** le même résultat.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. Programme A :

Étape	avec 8	avec 17
Nombre choisi	8	17
Multiplie par 3	24	51
Ajoute 1	25	52

Programme B :

Étape	avec 8	avec 17
Nombre choisi	8	17
Ajoute 6	14	23
Multiplie par 3	42	69
Retranche 17	25	52

2. Les deux programmes donnent le même résultat sur les nombres essayés.

3. Deux essais ne prouvent rien. On reprend chaque programme avec la lettre **n** :

On appelle **n** le nombre choisi et on refait le programme A avec la lettre :

Nombre choisi : **n**

Multiplie par 3 : **3n**

Ajoute 1 : **3n + 1**

On appelle **n** le nombre choisi et on refait le programme B avec la lettre :

Nombre choisi : **n**

Ajoute 6 : **n + 6**

Multiplie par 3 : **3n + 18**

Retranche 17 : **3n + 1**

Les deux programmes aboutissent à la même expression, **3n + 1** : ils donnent donc le même résultat pour n'importe quel nombre choisi.

Ce qui est réellement démontré. Ce n'est pas que les deux programmes se ressemblent, c'est qu'ils sont égaux pour tout nombre — y compris négatif ou décimal. Le calcul littéral dit en une ligne ce qu'aucune liste d'essais ne pourrait établir.